UNIVERSITÉ DE CAEN — FACULTÉ DES SCIENCES

N° d'ordre :

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE CAEN

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

M. Gilbert LANDAUD

ATTACHÉ DE RECHERCHE AU C. N. R. S.
LABORATOIRE DE PHYSIQUE CORPUSCULAIRE DE CAEN

1re **THÈSE** — NOUVELLE MÉTHODE POUR DÉTERMINER LA VIE MOYENNE DES ÉTATS INSTABLES DE RADIOÉLÉMENTS A FILIATION.

2e **THÈSE** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

présentées et soutenues le 13 novembre 1962.

JURY

MM. M. SCHERER ..... *président.*

MM. BLANC-LAPIERRE .....
MALLIAVIN ..... } *examinateurs.*
MABBOUX-STROMBERG

NEMOURS
IMPRIMERIE ANDRÉ LESOT

1962

UNIVERSITÉ DE CAEN — FACULTÉ DES SCIENCES

N° d'ordre :

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE CAEN

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

M. Gilbert LANDAUD

ATTACHÉ DE RECHERCHE AU C. N. R. S.
LABORATOIRE DE PHYSIQUE CORPUSCULAIRE DE CAEN

1re **THÈSE** — NOUVELLE MÉTHODE POUR DÉTERMINER LA VIE MOYENNE DES ÉTATS INSTABLES DE RADIOÉLÉMENTS A FILIATION.

2e **THÈSE** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

présentées et soutenues le : 13 novembre 1962.

JURY

MM. M. SCHERER ..... *président.*

MM. BLANC-LAPIERRE ..... *examinateurs.*
MALLIAVIN ..... *examinateurs.*
MABBOUX-STROMBERG *examinateurs.*

NEMOURS
IMPRIMERIE ANDRÉ LESOT

—

1962

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE CAEN

Doyen : M. LOZAC'H
Assesseur : M. BOCQUET
Personnel enseignant :

Professeurs :

MM.	LOZAC'H	(Chimie).
	DANGEARD	(Géologie).
	SCHERER	(Physique générale).
	APERY	(Calcul différentiel et intégral).
	JACQUET	(Microbiologie).
	BOCQUET	(Zoologie).
	COLOMBANI	(Physique).
Mme	WALTER-LÉVY	(Chimie).
MM.	PITOT	(Botanique).
	CAMPBELL	(Mécanique rationnelle).
	BACHELET	(Chimie).
	VIALLE	(Chimie).
	COJAN	(Physique).
	PALLU DE LA BARRIÈRE	(Mathématiques).
	PHAM	(Mathématiques).
	GIACOMO	(Physique).
	REY	(Zoologie).
	MONIER	(Minéralogie).
	CONIA	(Chimie).
	PAREYN	(Géologie).
Mme	GAYRAL	(Botanique).
MM.	ROMANET	(Chimie).
	BINET	(Botanique).
	THUREAU	(Physique).

Professeurs sans chaire :

MM.	DOGUET	(Biologie végétale).
	CABANNES	(Physique).
	RYBAK	(Physiologie animale).
	MABBOUX-STROMBERG	(Physique).
	NATAF	(Mathématiques).

Maîtres de Conférences :

MM.	GIRAULT	(Mathématiques).
	GEFFROY	(Mathématiques).
	BARRAT	(Physique).
	BERNARD	(Chimie).
	LEGROS	(Physique).
	GAULT	(Chimie).
	SALMON	(Physique).
Mlle	DEMEUSY	(Biologie).
MM.	MOLLIER	(Chimie).
	PINAZZI	(Chimie).
	GRAF	(Physique).
	KAUFFMANN	(Microbiologie).
Mme	CONNES	(Physique).
MM.	BOK	(Physique appliquée).
	DESCHANVRES	(Chimie).
	BOULLARD	(Biologie végétale).
	THUILLIER	(Chimie).
	CHANTREL	(Physique).
	MERCOUROFF	(Physique).
	VALENTIN	(Physique).

Chargées d'Enseignement :

Mme	BLANCHETON	(Mathématiques).
	GHINEA	(Mathématiques).

Attaché principal au Secrétariat des Facultés de Droit et des Sciences :
M. CAUCAL

A MES PARENTS

NOUVELLE MÉTHODE POUR DÉTERMINER LA VIE MOYENNE DES ÉTATS INSTABLES DE RADIOÉLÉMENTS A FILIATION

par M. Gilbert LANDAUD

INTRODUCTION

Les mesures de durée de vie d'états instables de corps radioactifs permettent d'approfondir nos connaissances sur les noyaux. En particulier, la découverte de transitions « Gamma » retardées simplifie souvent l'étude des niveaux d'énergie.

Les transitions, ayant des durées de vie supérieures à une seconde, sont relativement bien connues [1] et le récent développement de méthodes convertissant un intervalle de temps en amplitude, a permis la mesure de vies moyennes brèves inférieures à 10^{-8} secondes [2].

Par contre, les transitions, dont les durées de vie sont comprises entre 10^{-6} secondes et 10^{-1} secondes, sont difficilement identifiables, faute de méthodes qui leur soient réellement adaptées. En effet, les techniques de coïncidences retardées, classiquement utilisées dans ce domaine, nécessitent souvent un temps de mesure important et les résultats intéressants sont masqués par un taux élevé de coïncidences fortuites.

Aussi, pour éviter ces difficultés, nous proposons et discutons une méthode de mesure de vie moyenne basée sur l'analyse d'une fonction de corrélation caractéristique du radioélément étudié.

CHAPITRE PREMIER

I. DÉFINITIONS

On étudie un radioélément à filiation dont le processus de désintégration est représenté fig. 1.

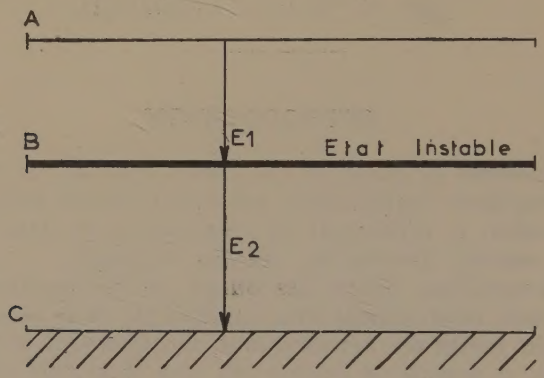


Fig. 1

A l'instant $t = 0$, le noyau radioactif A se désintègre, en donnant l'élément B, avec émission d'un rayonnement ou d'une particule E_1, que nous appellerons « Mère ».

Au temps t, l'élément B dans un état instable, se désintègre à son tour et donne le corps C avec une nouvelle émission d'un rayonnement ou d'une particule E_2, que nous appellerons « Fille ».

La probabilité $f(t)$ pour que l'état intermédiaire B ait une durée de vie comprise entre t et $t+dt$ s'écrit :

$$f(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-t/\lambda} dt \qquad (1\text{-}a)$$

Le paramètre λ représente la vie moyenne que nous cherchons à mesurer.

II. DESCRIPTION DE LA MÉTHODE DE MESURE DES VIES MOYENNES

Le radioélément émet, dans un intervalle de temps T, des particules Mères et Filles, ce qui constitue un ensemble E d'événements aléatoires $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2 \cdots \mathcal{E}_i$, $\mathcal{E}_{i+1} \cdots \mathcal{E}_N \cdots$

La méthode de mesure que nous proposons ne nécessite pas la distinction, parfois délicate, entre Mères et Filles.

On détecte globalement l'émission aléatoire E et on n'impose pas d'ordre à la détection des événements $\mathcal{E}_i$. En particulier, une particule Mère pourra être suivie de plusieurs autres particules (Mères ou Filles indifféremment) avant que la particule Fille, qui lui est directement associée, soit détectée.

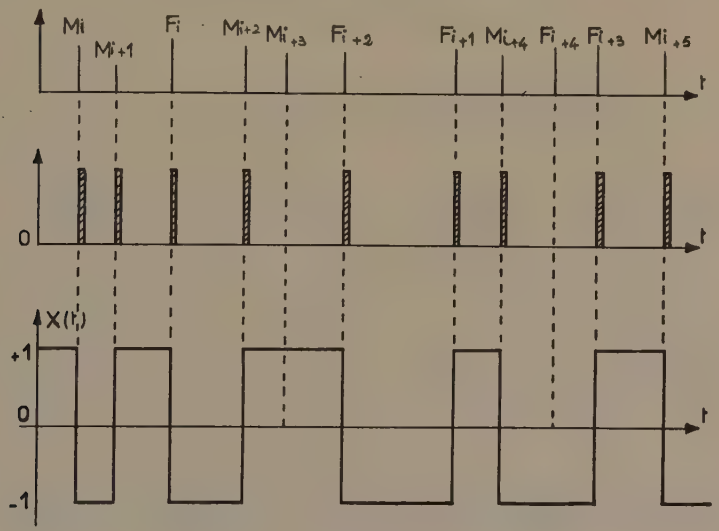


Fig. 2

Courbe supérieure. — Ensemble E d'événements $\mathcal{E}_i$ (Mères et Filles), les indices Mi et Fi correspondent respectivement aux événements Mères et Filles.

Courbe Intermédiaire. — Impulsions issues du détecteur de particules. (certains événements $\mathcal{E}_i$ ne sont pas détectés).

Courbe Inférieure. — Réponse de la bascule bistable aux impulsions du détecteur de particules.

Analysant cet ensemble E d'événements aléatoires, il n'est plus possible de distinguer une Mère d'une Fille, mais la loi des écarts entre deux impulsions successives est caractéristique du processus de désintégration avec filiation.

On utilise cette propriété fondamentale, en associant à l'ensemble E, la fonction aléatoire $X(t)=\pm 1$ basculant alternativement entre $+1$ et -1 à l'apparition de chaque événement $\mathcal{E}_i$ et la vie moyenne que l'on cherche à mesurer est obtenue en étudiant quelques propriétés de cette fonction aléatoire $X(t)=\pm 1$.

Expérimentalement, pour obtenir une telle fonction $X(t)=\pm 1$, il suffit de placer le radioélément étudié près d'un détecteur de particules et, à chaque événement $\mathcal{E}_i$, ce détecteur délivre une impulsion qui déclenche une bascule électronique bistable. La réponse de cette bascule correspond à la fonction $X(t)=\pm 1$ (fig. 2).

La manière la plus simple d'utiliser la fonction $X(t)=\pm 1$ serait d'en étudier la valeur moyenne, mais on démontrera que les processus de désintégration que nous envisageons entraînent $E[X(t)]=0$.

Aussi, nous choisissons d'analyser le coefficient de corrélation $C(h)$ de $X(t)=\pm 1$ [3] et la densité spectrale $A(\nu)$ de $X(t)=\pm 1$ [4], ces deux quantités présentent l'avantage d'être expérimentalement très accessibles et de rester caractéristiques de la vie moyenne cherchée, là où les méthodes classiques seraient difficilement utilisables.

La fin de ce premier chapitre est donc consacrée à l'étude théorique du coefficient de corrélation. Le second chapitre traitera de l'appareillage utilisé pour le mesurer. Enfin deux exemples nous permettront de justifier la méthode et d'en éprouver les avantages et les inconvénients. Nous verrons, alors, qu'il est aisé d'extraire, du coefficient de corrélation, les vies moyennes cherchées.

III. ANALYSE DE LA FONCTION ALÉATOIRE $X(t)=\pm 1$, POUR UN PROCESSUS DE DÉSINTÉGRATION SIMPLE, OBÉISSANT A LA LOI DE POISSON

a) Avant d'aborder l'étude de radioéléments à filiation, considérons des processus de désintégration plus simples, où les diverses particules sont indépendantes les unes des autres et leur distribution dans le temps suit une loi de Poisson stationnaire définie par la probabilité $P(n, h)$ de détecter n particules sur l'intervalle de temps h.

$$P(n,\ h)= e^{-\rho h}\frac{(\rho h)^n}{n!} \qquad (2\text{-}a)$$

ρ, densité de la loi de Poisson, représente le nombre moyen de particules détectées par seconde.

Etablissons quelques propriétés de la fonction aléatoire $X(t)=\pm 1$, caractéristiques d'une distribution Poissonnienne, auxquelles nous pourrons nous référer pour mieux comprendre le cas des radioéléments à filiation.

b) La fonction $X(t)=\pm 1$, peut être utilisée de diverses manières, la plus simple consiste à mesurer la valeur moyenne $E[(X(t)]$.

Par définition $E[X(t)]=\text{Prob}\ [X(t)=+1] - \text{Prob}\ [X(t)=-1]$ et ces deux probabilités étant complémentaires

$$E[X(t)] = 2\ \text{Prob}\ [X(t)=+1] - 1$$

On suppose commencer la détection des particules du radioélément à l'instant $t=0$. Auparavant, la fonction $X(t)$ est dans l'état stable $+1$.

Après un temps T, consacré à la « mise en route » de l'appareillage, les résultats obtenus seront indépendants des conditions initiales.

En effet, la probabilité pour que $X(t)=+1$, à l'instant $t=T$, est égale à la probabilité de détecter $2n$ particules sur l'intervalle (0, T), puisque la fonction $X(t)$ retrouve son signe après un nombre pair de basculements.

D'après l'équation (2-*a*), la probabilité de trouver $X(t)$ dans l'état $+1$ peut donc s'écrire :

$$\text{Prob}\ [X(t)=+1] = \lim_{T\to\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P(2n,T) = \lim_{T\to\infty} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\rho T} \frac{(\rho T)^{2n}}{2n!}$$

d'où $\text{Prob}\ [X(t)=+1] = 1/2$.

On voit ainsi que $E[X(t)] = 0$, mais on peut exiger des indications autres que celle de la symétrie de la fonction $X(t)=\pm 1$, il est alors nécessaire d'utiliser au moins les propriétés en moyenne quadratiques de $X(t)$.

Aussi, on étudie le coefficient d'autocorrélation $C(h)$ qui s'écrit $C(h)=E[X(t).X(t+h)]$ et qui, expérimentalement, est mesuré comme moyenne temporelle du produit $X(t).X(t+h)$.

c) Le processus de désintégration du radioélément étant stationnaire, $C(h)$, indépendant du temps, peut s'écrire :

$$E[X(t).X(t+h)]=E[X(0).X(h)]$$

Le produit $X(0).X(h)$ ne prenant que les valeurs $+1$ ou -1, on peut écrire, lorsqu'on détecte n impulsions sur l'intervalle de temps $(0, h)$

$$X(0).X(h) = \pm 1 = \text{Cos } n\pi$$

et
$$C(h) = E[X(t).X(t+h)] = E\,[e^{i\pi n}] \qquad (3\text{-}a)$$

La probabilité de détecter n particules sur l'intervalle $(0, h)$ est défini par l'équation (2-a) et il s'ensuit que :

$$E\left\{e^{i\pi n}\right\} = \sum_{n=0}^{\infty} \text{Prob}(2n,h) - \sum_{n=0}^{\infty} \text{Prob}\ (2n+1,h)$$

est égal à

$$E\,[e^{i\pi n}] = e^{-\rho h}\,[ch\ \rho h - sh\ \rho h]$$

Cette démonstration particulière permet donc de retrouver le résultat connu [5], caractéristique de la fonction $X(t) = \pm 1$, dans un « Processus Poissonnien ».

$$C(h) = e^{-2\rho h} \qquad (4\text{-}a)$$

Rappelons que la transformée de Fourier de $C(h)$, est égale à la densité spectrale énergétique $A(\nu)$ de $X(t)$ [5].

$$A(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(h)e^{-2\pi i\nu h}\,dh$$

Aussi, on peut préférer la mesure de cette quantité à celle du coefficient de corrélation [4], [6].

IV. CALCUL DU COEFFICIENT DE CORRÉLATION DANS UN PROCESSUS DE DÉSINTÉGRATION A FILIATIONS [3]

a) En premier lieu, on admet le processus de désintégration avec filiation décrit fig. 1 et on suppose qu'un appareil détecte un pourcentage α des Mères et β des Filles, les Mères étant produites avec une densité moyenne ρ_0 suivant un processus de Poisson stationnaire.

Le processus de filiation peut être défini par la probabilité $F(t)$ pour qu'une Mère naissant à l'instant $t=0$, sa Fille ne soit pas née à l'instant t.

D'après l'équation (1-a), $F(t) = e^{-t/\lambda}$ et λ représente la vie moyenne de l'état instable.

b) n étant le nombre d'impulsions enregistrées sur l'intervalle de temps $(0, h)$, le coefficient de corrélation $C(h)$ s'écrit :

$$C(h) = E[X(t).X(t+h)] = E[e^{i\pi n}]$$

Soient n_1, le nombre de particules détectées entre 0 et h,

provenant de la désintégration d'une Fille dont la Mère est née à $t<0$ et n_2, celui provenant de Mères, naissant entre 0 et h et éventuellement de leurs Filles.

Il résulte de ces définitions que le nombre d'impulsions n est égal à la somme des variables aléatoires indépendantes n_1 et n_2. On obtient alors :

$$C(h) = E(e^{i\pi n}) = E(e^{i\pi n_1}).E\ (e^{i\pi n_2})$$

et
$$\text{Log } C(h)=\text{Log } E(e^{i\pi n_1})+\text{Log } E(e^{i\pi n_2})$$

c) Pour calculer Log E $(e^{i\pi n_1})$, on subdivise le demi axe des temps $[-\infty, o]$ en petits intervalles $\Delta\theta_s$ $[\theta_s, \theta_{s+1}]$ et on pose X_s la variable aléatoire égale à $+1$, si les deux événements suivants sont simultanément vérifiés.

I. Une Mère naît sur l'intervalle $[\theta_s, \theta_{s+1}]$.

II. Sa Fille naît entre 0 et h et est détectée.

Lorsque ces deux conditions ne sont pas vérifiées, on pose $X_s=0$.

On choisit des intervalles $\Delta\theta_s$ suffisamment étroits, pour que la probabilité de détecter plusieurs Mères sur un même intervalle soit négligeable.

Dans ces conditions, $n_1=\Sigma_s X_s$ et les variables aléatoires X_s, associées aux divers intervalles $\Delta\theta_s$, étant indépendantes, on peut écrire :

$$\text{Log } E\ (e^{i\pi n_1}) = \Sigma_s \text{ Log } E\ (e^{i\pi X_s}) = \Sigma_s \text{ Log } [1-2 \text{ Prob } (X_s=1)]$$

La probabilité pour que $X_s = +1$ est égale à :

$$\text{Prob } (X_s=+1) = \rho_0\beta\ [F(-\vartheta_s)-F(-\vartheta_s+h)]\ \Delta\theta$$

Lorsque $\Delta\theta$ tend vers zéro, il en résulte que Log $E(e^{i\pi X_s})$ est équivalent à :

$$-2\rho_0\beta\ [F\ (-\theta_s) - F\ (-\theta_s+h)]\ d\theta$$

$$\text{et Log } E\ (e^{i\pi n_1}) = -2\rho_0\beta\int_{-\infty}^{0}[F(-\theta) - F(-\theta+h)]\ d\theta \qquad (5\text{-}a)$$

d) Le calcul de $E(e^{i\pi n_2})$ s'effectue de la même manière. On subdivise $(0, h)$ en petits intervalles $\Delta\theta_k[\theta_k, \theta_{k+1}]$ et soient les catégories d'événements suivantes :

I. Une Mère naît entre θ_k et θ_{k+1}

II. L'une des trois éventualités suivantes se produit :
a) cette Mère est détectée et sa Fille naît à $t>h$;
b) cette Mère est détectée et sa Fille naît à $t=t_1$ $0<t_1<h$, mais elle n'est pas détectée.

c) la Mère n'est pas détectée, mais sa Fille naît à $t=t_2$, $0<t_2<h$ et est détectée.

III. La particule Mère est détectée, sa Fille naît à $t=t_3$, $0<t_3<h$ et est également détectée.

On pose Y_k la variable aléatoire, égale à $+1$ si les événements **I** et **II** se produisent simultanément, cette variable Y_k étant égale à $+2$, si ce sont les événements **I** et **III** qui se produisent, et $Y_k = 0$ pour toute autre possibilité.

Dans ces conditions $n_2 = \Sigma_k Y_k$

et $\quad \text{Log E}\,(e^{i\pi n_2}) = \Sigma_k \text{Log E}\,(e^{i\pi Y_k})$

$\text{E}(e^{i\pi Y_k}) = \text{Prob}\,(Y_k=+2) + \text{Prob}\,(Y_k = 0) - \text{Prob}\,(Y_k=+1)$ peut s'écrire :

$$\text{E}(e^{i\pi Y_k}) = 1\text{-}2\ \text{Prob}(Y_k=+1)$$

L'événement **II** est la somme des événements disjoints *a*, *b*, *c*, donc la probabilité pour que $Y_k=+1$, est la somme des probabilités des éventualités *a*, *b*, *c* respectivement égales à

$$\rho_0\alpha\ \text{F}\,(h-\vartheta_k)\ \Delta\vartheta$$
$$\rho_0\alpha\,(1-\beta)\,[1-\text{F}\,(h-\vartheta_k)]\ \Delta\vartheta$$
$$\rho_0\beta\,(1-\alpha)\,[1-\text{F}\,(h-\vartheta_k)]\ \Delta\vartheta$$

Lorsque $\Delta\vartheta$ tend vers zéro, il en résulte que :

$\text{Log E}\,(e^{i\pi n_2}) =$

$$-2\,\rho_0\int_0^h\Big\{\alpha\text{F}(h-\theta)+\alpha(1-\beta)\,[1-\text{F}(h-\theta)]+\beta(1-\alpha)\,[1-\text{F}(h-\theta)]\Big\}\text{d}\,\theta \qquad (6\text{-}a)$$

On obtient la valeur du coefficient de corrélation en additionnant les équations (5-*a*) et (6-*a*)

$$-\frac{1}{2\rho_0}\,\text{Log C}(h) = (\alpha+\beta-2\alpha\beta)\,h+2\alpha\beta\lambda\,(1-e^{-h/\lambda}) \qquad (7\text{-}a)$$

Le nombre moyen ρ d'impulsions détectées par seconde est mesurable avec une grande précision, aussi, il est intéressant d'expliciter $\text{C}(h)$ en fonction de ρ.

Les définitions de α, β, ρ_0 entraînent l'équation

$$\rho=\rho_0(\alpha+\beta)$$

On introduit, d'autre part, le nouveau paramètre

$$\text{A} = \frac{2\alpha\beta}{\alpha+\beta}$$

qui peut être considéré comme l'efficacité de l'appareillage à détecter la filiation du radioélément (en effet une Mère et sa Fille étant émises, la probabilité de détecter l'une et l'autre est égale à $\alpha\beta$).

Le coefficient de corrélation C(h) peut donc s'écrire :

$$-\text{Log } C(h) = 2\rho h(1-A)+2\rho\lambda A(1-e^{-h/\lambda}) \qquad (8\text{-}a)$$

Il suffit d'étudier les variations de C(h) avec le retard h, pour extraire la vie moyenne cherchée.

V. ÉTUDE DES PERTURBATIONS INTRODUITES PAR LE TEMPS MORT DES DETECTEURS DES PARTICULES ET LES DIVERS BRUITS DE FOND

a) Le processus de désintégration avec filiation décrit fig. 1 peut ne représenter qu'une partie de l'activité du radioélément et de plus l'appareil de détection introduit un bruit de fond.

Aussi, il faut tenir compte dans le calcul du coefficient de corrélation de cette détection d'événements indépendants de la filiation, que l'on peut qualifier de « parasites ».

Soient n' le nombre de particules détectées entre 0 et h provenant de la radioactivité parasite de l'échantillon et du bruit de fond du détecteur et n'', celui provenant du processus de désintégration avec filiation décrit dans le paragraphe précédent.

Nous supposons que la distribution des événements parasites détectés obéit à une loi de Poisson stationnaire de densité ρ' (une telle hypothèse est souvent justifiée).

Le nombre n d'événements détectés sur l'intervalle de temps (0, h) est égal à la somme des variables aléatoires indépendantes n' et n''.

Il s'ensuit que :

$$C(h)=E(e^{i\pi n})=E(e^{i\pi n'}).E(e^{i\pi n''})$$

et $$\text{Log } C(h)=\text{Log } E(e^{i\pi n'})+\text{Log } E(e^{i\pi n''})$$

Ces deux valeurs Log $E(e^{i\pi n'})$ et Log $E(e^{i\pi n''})$ ont été calculées [équations (4-*a*) et (7-*a*)].

Utilisant les définitions du paragraphe précédent, le nombre moyen ρ d'impulsions détectées par seconde est égal à :

$$\rho=(\alpha+\beta)\rho_0+\rho'$$

et le paramètre A étant maintenant défini par le rapport :

$$A = \frac{2\alpha\beta\rho_0}{(\alpha+\beta)\rho_0+\rho'}$$

le coefficient de corrélation s'écrit :

$$-\text{Log } C(h)=2\rho h\,(1-A)+2\rho\lambda A\,(1-e^{-h/\lambda}) \qquad (9\text{-}a)$$

b) La fonction aléatoire $X(t)=\pm 1$ peut également être perturbée par le temps mort des appareils. Après chaque particule détectée, il existe un temps τ pendant lequel aucun basculement de $X(t)$ ne peut avoir lieu.

L'appareillage a été conçu pour que cette perturbation soit faible et en première approximation, on peut négliger le temps mort devant l'intervalle de temps moyen séparant deux particules Mères.

Cependant, pour les vies moyennes les plus brèves que nous envisagerons (de l'ordre de quelques microsecondes) la détection des événements Filles sera seule modifiée et une Fille émise moins de τ secondes après sa Mère sera éliminée.

Le calcul du coefficient de corrélation s'effectue comme aux précédents pragraphes.

Il suffit de considérer qu'une Mère naissant en $t=0$, la probabilité de détecter une Fille sur l'intervalle $(0, \tau)$ est nulle et que le nombre de particules détectées sur l'intervalle de temps $(0, h)$ peut être décomposé en une somme de 4 valeurs indépendantes suivant que les Mères naissent sur les intervalles de temps $(-\infty, -\tau)$, $(-\tau, 0)$, $(0, h-\tau)$ et $(h-\tau, h)$. Expérimentalement, le temps mort sera faible devant les vies moyennes que nous avons étudiées et avec une excellente approximation, le coefficient de corrélation s'écrit en conservant les notations définies précédemment :

$$-\text{Log } C(h) = 2\rho h(1-A) + 2\rho(\lambda+\tau)A(1-e^{-h/\lambda}) \qquad (10\text{-}a)$$

$$\text{avec} \begin{cases} A = \dfrac{2\alpha\beta(1-\tau/\lambda)\,\rho_0}{(\alpha+\beta)\rho_0-\alpha\beta\rho_0\tau/\lambda+\rho'} \\ \rho = (\alpha+\beta)\rho_0-\alpha\beta\rho_0\tau/\lambda+\rho' \end{cases}$$

Tenant compte dans cette étude du coefficient de corrélation, des principales imperfections des détecteurs de particules, à savoir, inefficacité, temps mort et bruit de fond, on envisage donc l'analyse de divers radioéléments.

Disposant de l'équation fondamentale (10-*a*), caractéristique de schémas de désintégration les plus complexes, on peut désormais extraire du coefficient de corrélation, les vies moyennes cherchées et notre méthode étant ainsi théoriquement élaborée, on entreprend l'étude de l'appareillage.

CHAPITRE II

Rappelons que l'analyse de la fonction aléatoire $X(t)=\pm 1$, peut s'effectuer en mesurant, soit le coefficient de corrélation $C(h)$, soit la densité spectrale énergétique $A(\nu)$ de $X(t)=\pm 1$.

Pour l'étude de la filiation d'un radioélément, il nous a semblé préférable, après une étude préalable de $A(\nu)$, de mesurer le coefficient de corrélation mais nous traiterons en appendice quelques propriétés caractéristiques de la densité spectrale énergétique.

I. PRINCIPE DE LA MESURE DU COEFFICIENT DE CORRÉLATION DE $X(t)=\pm 1$.

Soit $P(t, h)$, la valeur du produit $X(t).X(t+h)$ à l'instant quelconque t. Expérimentalement, on remplace la détermination de l'espérance mathématique $E[X(t).X(t+h)]$ par une moyenne temporelle de $P(t, h)$ sur un ensemble discret de valeurs t_1, t_2... t_i... t_N, qui, pour des raisons de simplicité, seront le plus souvent périodiques.

Soit $Z(N, h)$ cette valeur moyenne :

$$Z(N, h)= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} X(t_i) .X(t_i+h)$$

Nous démontrerons que pour N suffisamment grand $Z(N,h)$ est équivalent au coefficient de corrélation.

II. DESCRIPTION DE L'APPAREILLAGE [7]

a) La fonction aléatoire $X(t)=\pm 1$ qu'il faut analyser est obtenue en plaçant le radioélément près d'un détecteur de particules et les impulsions issues de ce détecteur déclenchent une bascule électronique bistable (fig. 3).

b) Quel que soit l'instant t_1 choisi, le produit $P(t_1, h) = X(t_1).X(t_1+h)$ ne prend que les valeurs $+1$ ou -1. Il suffit donc de déterminer le signe du produit $P(t_1, h)$ à un instant donné t_1 et de recommencer N fois cette mesure pour établir une valeur moyenne de $P(t_1, h)$.

Aussi, le signe du produit $P(t_1, h)$ à un instant $t=t_1$ est obtenu de la manière suivante (fig. 3).

On utilise la tension aléatoire $X(t)=\pm 1$ pour commander simultanément deux circuits « Porte » C_1 et C_2.

$X(t)=+1$ correspond à l'ouverture des circuits électroniques et $X(t)=-1$ entraîne le bloquage des mêmes circuits.

A l'instant $t=t_1$, le générateur G délivre une impulsion brève qui attaque le circuit « Porte » C_1. Cette même impulsion, retardée

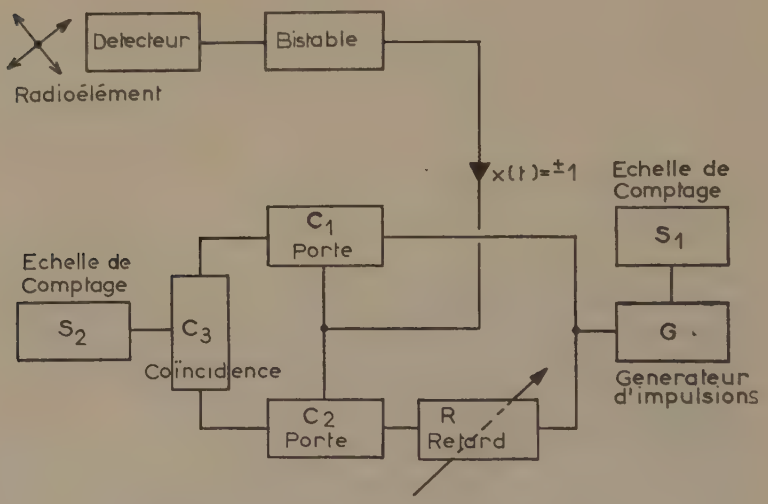


Fig. 3

par le circuit de retard R, attaque en $t=t_1+h$, le deuxième circuit « Porte » C_2 de conception analogue au premier.

C_1 transmet l'impulsion si $X(t_1)=+1$.

C_2 transmet l'impulsion retardée si $X(t_1+h)=+1$.

Lorsque ces deux conditions sont réalisées, le circuit de coïncidence C_3 délivre une impulsion finale qui est enregistrée sur l'échelle de comptage S_2.

c) Sur un temps T, le générateur G délivre N impulsions enregistrées par l'échelle de comptage S_1 (le plus souvent, on utilise un générateur d'impulsions périodiques). Parmi ces N tirages, l'échelle S_2 a enregistré n événements qui vérifient la double condition : $X(t)=+1$ et $X(t+h)=+1$.

Le nombre d'événements qui vérifieraient la double condition : $X(t) = -1$ et $X(t+h) = -1$, tend aussi vers n, lorsque N et T sont suffisamment grands.

Donc parmi N tirages $P(t_1, h) = X(t_1).X(t_1+h)$, il y en a $2n$ pour lesquels ce produit est égal à $+1$ et $N-2n$ pour lequel il est égal à -1.

Le coefficient de corrélation $C(h) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} X(t_1).\ X(t_1+h)$

tend donc vers : $C(h) \simeq \frac{4n}{N} - 1$

Remarque : Les vies moyennes que nous envisagerons, entraîneront l'étude du coefficient de corrélation pour des retards h compris entre 3.10^{-6} sec. et 3.10^{-2} sec. Ces retards sont obtenus à l'aide des circuits électroniques conventionnels que sont les multivibrateurs. En conséquence, les impulsions issues du générateur G devront être distantes de plus de h secondes, pour être retardées correctement.

Cette condition expérimentale :

$$t_1 < t_1 + h < t_{1+1} \qquad (1\text{-}b)$$

limite le nombre de tirages N pour un temps de mesure donné.

Cependant, nous constaterons que les résultats obtenus seront peu affectés par cette restriction et le cas échéant, il serait aisé de concevoir des circuits de retard plus élaborés qui permettraient un nombre de tirages plus élevé.

III. CALCUL DE LA FLUCTUATION STATISTIQUE DE LA VALEUR EXPÉRIMENTALE DU COEFFICIENT DE CORRÉLATION

Pour justifier l'équivalence entre le coefficient de corrélation $C(h)$ et la grandeur mesurée $Z(N, h) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} X(t_1).X(t_1+h)$, nous calculons la variance $\sigma^2[Z(N, h)]$.

Cette dernière $\sigma^2[Z(N, h)] = E\left\{ [Z-E(Z)]^2 \right\}$ peut s'écrire :

$$\sigma^2[Z] = E[(Z)^2] - [C(h)]^2$$

Soient n_1 le nombre de particules détectées par l'intervalle de temps (t_1, t_1+h) et n_j celui sur l'intervalle (t_j, t_j+h)

$$X(t_1).X(t_1+h) = e^{i\pi n_1} \qquad X(t_j).X(t_j+h) = e^{i\pi n_j}$$

et $$\sigma^2[Z]=E\left\{\frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} e^{i\pi n_j}\ e^{i\pi n_i}\right\}-C(h)^2 \quad (2\text{-}b)$$

a) En premier lieu, nous analysons un radioélément dont le processus de désintégration obéit à une loi de Poisson stationnaire.

D'après la condition expérimentale (1-*b*), les intervalles (t_i, t_i+h) et (t_j, t_j+h) sont disjoints et les variables aléatoires n_i et n_j sont indépendantes.

Dans ces conditions :

$$\sigma^2[Z] = E\left\{\frac{1}{N^2}\sum_i e^{2i\pi n_i}\right\} + \frac{1}{N^2}\sum_i\sum_{i\neq j}{}_j E(e^{i\pi n_i})\,E(e^{i\pi n_j}) - [C(h)]^2$$

Nous avons démontré au précédent chapitre que :

$$E(e^{i\pi n_i}) = E(e^{i\pi n_j}) = C(h)$$

et remarquant que $e^{2i\pi n_i} = 1$ quel que soit n_i, la variance $\sigma^2(Z)$ s'écrit :

$$\sigma^2\ [Z] = \frac{1-C(h)^2}{N} \quad (3\text{-}b)$$

L'intérêt statistique de ce résultat classique est démontré sur l'exemple suivant et confirmé par une série de mesures décrites ultérieurement.

On veut mesurer le coefficient de corrélation C(*h*) pour un retard $h=50.10^{-6}$ sec. et le nombre moyen ρ de particules détectées par seconde est égal à 10^4.

$C(h)=e^{-2\rho h}$ est déterminé par la valeur moyenne de N tirages effectués périodiquement à la fréquence de 15 000 par seconde.

Le temps consacré à l'expérience est limité à 5 minutes, et, malgré cette brièveté, l'erreur statistique relative, commise en posant Z=C(*h*), est de l'ordre de 10^{-3}.

b) Lorsque l'échantillon étudié est un radioélément à filiation, le calcul de $\sigma^2[Z]$ précédemment effectué doit être modifié. En effet, le second membre de l'équation (2-*b*) est fonction des variables aléatoires n_i et n_j qui ne sont pas indépendantes et on ne peut plus écrire :

$$E[e^{i\pi n_i}.e^{i\pi n_j}] = E[e^{i\pi n_i}].E[e^{i\pi n_j}]$$

Aussi la condition expérimentale (1-*b*) étant toujours admise, on calcule $E[e^{i\pi n_i}.e^{i\pi n_j}]$. Cette quantité est invariante avec la

permutation des indices i et j, aussi, on simplifie le problème de sommation en supposant $j > i$.

1) Soit n_1 le nombre de particules détectées sur les intervalles (t_i, t_i+h) et (t_j, t_j+h), provenant de la désintégration d'une Fille dont la Mère est née à $t<t_i$.

Soit n_2 le nombre de particules détectées sur les mêmes intervalles (t_i, t_i+h) et (t_j, t_j+h) provenant de la désintégration de Mères naissant entre t_i et t_i+h et éventuellement de leurs Filles nées sur (t_i, t_i+h) et (t_j, t_j+h).

Enfin, on pose n_3 le nombre de particules détectées sur l'intervalle (t_j, t_j+h) provenant de la désintégration d'une Fille dont la Mère est née entre t_i+h et t_j et n_4 celui provenant de Mères naissant entre t_j et t_j+h et éventuellement de leurs Filles.

Ces nouvelles variables aléatoires n_1, n_2, n_3, n_4 sont indépendantes et $n_i+n_j = n_1+n_2+n_3+n_4$.

Il s'ensuit que :

$$\mathrm{E}\,[e^{i\pi n_i} \cdot e^{i\pi n_j}] = \prod_{k=1}^{k=4} \mathrm{E}\,[e^{i\pi n_k}]$$

et

$$\mathrm{Log\ E}\,[e^{i\pi n_i} \cdot e^{i\pi n_j}] = \sum_{k=1}^{k=4} \mathrm{Log\ E}[e^{i\pi n_k}]$$

Pour déterminer ces expressions, nous utilisons la méthode et les définitions établies pour le calcul du coefficient de corrélation $C(h)$ de $X(t)=\pm 1$ dans un processus de désintégration à filiation (chapitre premier, paragraphe 4).

2) Pour calculer $\mathrm{Log\ E}[e^{i\pi n_1}]$, subdivisons $[-\infty, t_i]$ en petits intervalles $\Delta\theta_s[\theta_s, \theta_{s+1}]$ et posons X_s la variable aléatoire égale à $+1$ si les deux événements suivants sont simultanément vérifiés :

I. Une Mère naît dans l'intervalle $[\theta_s, \theta_{s+1}]$;

II. Sa Fille naît dans l'intervalle (t_i, t_i+h) ou dans (t_j, t_j+h) et est détectée.

Sinon, posons $X_s=0$.

Dans ces conditions $n_1=\Sigma_s X_s$, et les X_s étant indépendants.

$$\mathrm{Log\ E}[e^{i\pi n_1}] = \Sigma_s\ \mathrm{Log\ E}[e^{i\pi X_s}]$$

La probabilité pour que $X_s=1$ est égale à :

$$\mathrm{Prob}\,(X_s=+1) = \rho_0\beta\Big[\mathrm{F}(t_i-\theta_s)-\mathrm{F}(t_i+h-\theta_s)+\mathrm{F}(t_j-\theta_s)-\mathrm{F}(t_j+h-\theta_s)\Big]\Delta\theta$$

Lorsque $\Delta\theta$ tend vers zéro, $\mathrm{Log\ E}[e^{i\pi X_s}]$ est équivalent à :

$$-2\ \mathrm{Prob}\ (X_s=+1)$$

$$\text{et Log } E[e^{i\pi n_1}] = -2\rho_0\beta\int_{-\infty}^{t_1}\left[\begin{array}{c}F(t_1-\theta_s)-F(t_1+h-\theta_s)+F(t_j-\theta_s)\\ -F(t_j+h-\theta_s)\end{array}\right]d\theta \qquad (5\text{-}b)$$

3) Le calcul de $E[e^{i\pi n_2}]$ s'effectue de la même manière : Subdivisons (t_1, t_1+h) en petits intervalles $[\theta_k, \theta_{k+1}]$ et définissons les catégories d'événements suivantes :

I. Une Mère naît entre θ_k et θ_{k+1}.

II. L'une des trois éventualités suivantes se produit :

a) cette Mère est détectée et sa Fille naît extérieurement aux intervalles (t_1, t_1+h) et (t_j, t_j+h).

b) cette Mère est détectée et sa Fille naît sur l'un des intervalles (t_1, t_1+h) ou (t_j, t_j+h) mais elle n'est pas détectée.

c) cette Mère n'est pas détectée, mais sa Fille naît sur l'un des intervalles (t_1, t_1+h) ou (t_j, t_j+h) et est détectée.

III. La particule Mère est détectée, sa Fille naît sur l'un des intervalles (t_1, t_1+h) ou (t_j, t_j+h) et est également détectée.

On pose Y_k variable aléatoire égale $+1$ si les événements **I** et **II** se produisent simultanément, $Y_k=2$ si ce sont les événements **I** et **III** qui se produisent. Enfin posons $Y_k=0$ pour toute autre possibilité.

Dans ces conditions :

$$n_2=\Sigma_k Y_k$$

$$\text{et} \qquad \text{Log } E[e^{i\pi n_2}] = \Sigma_k \text{ Log } E[e^{i\pi Y_k}]$$

L'événement **II** est la somme des événements disjoints *a*, *b*, *c*. Les probabilités de chaque éventualité sont respectivement :

a) $\rho_0\alpha\,[F(t_1+h-\theta) - F(t_j-\theta) + F(t_j+h-\theta)]\,\Delta\theta$

b) $\rho_0\alpha\,(1-\beta)[1-F(t_1+h-\theta) + F(t_j-\theta) - F(t_j+h-\theta)]\Delta\theta$

c) $\rho_0\beta\,(1-\alpha)[1-F(t_1+h-\theta) + F(t_j-\theta) - F(t_j+h-\theta)]\Delta\theta$

et lorsque $\Delta\theta$ tend vers zéro :

$$\text{Log}E(e^{i\pi n_2}) = -2\rho_0\int_{ti}^{ti+h}\left\{\begin{array}{l}(\alpha+\beta-2\alpha\beta)\\ +(2\alpha\beta-\beta)\left[\begin{array}{c}F(t_1+h-\theta)-F(t_j-\theta\\ +F(t_j+h-\theta)\end{array}\right]\end{array}\right\}d\theta \qquad (6\text{-}b)$$

4. Le calcul de $E(e^{i\pi n_3}]$ et $E[e^{i\pi n_4})$ peut être effectué en répétant le raisonnement utilisé au précédent chapitre et qui conduit aux équations (5-*a*) et (6-*a*).

Il en résulte que :

$$\text{Log } E[e^{i\pi n_3}] = -2\rho_0\beta\int_{t_i+h}^{t_j}[F(t_j-\theta)-F(t_j+h-\theta)]d\theta \quad (7\text{-}b)$$

$$\text{Log } Ee^{i\pi n_4} = -2\rho_0\int_{t_j}^{t_j+h}\{(\alpha+\beta-2\alpha\beta)+(2\alpha\beta-\beta)F(t_j+h-\theta)\}d\theta \quad (8\text{-}b)$$

On additionne les équations (5-*b*), (6-*b*), (7-*b*), (8-*b*) et sachant que $F(t)=e^{-t/\lambda}$, Log $E[e^{i\pi n_1}.e^{i\pi n_j}]$s'écrit :

$$\text{Log } E[e^{i\pi n_1}.e^{i\pi n_j}] = 2 \text{ Log } C(h) + 8\,\alpha\beta\rho_0\lambda e^{\frac{-(t_j-t_1)}{\lambda}}(\text{ch } h/\lambda-1) \quad (9\text{-}b)$$

On pose $t_j-t_1=\delta_{1j}$, et d'après l'équation (2-*b*), $\sigma^2[Z]$ s'écrit :

$$\sigma^2[Z] = \frac{1}{N} - [C(h)]^2 + \frac{2C(h)^2}{N^2}\sum_1\sum_{\substack{j\\ j>i}} e^{F(\delta_{1j},h)} \quad (10\text{-}b)$$

avec

$$F(\delta_{1j}, h) = 8\alpha\beta\rho_0\lambda e^{-\delta ij/\lambda}(\text{ch } h/\lambda-1)$$

Expérimentalement, quel que soit δ_{1j}, $F(\delta_{1j}, h)$ est toujours très inférieur à 1, en conséquence $\sum_i \sum_{\substack{j\\ j>i}} e^{F(\delta_{1j}, h)}$ peut s'écrire :

$$\sum_1\sum_{\substack{j\\ j>i}} e^{F(\delta_{1j},h)} \approx \frac{N(N-1)}{2} + \frac{\varepsilon N}{2}$$

et

$$\sigma^2 Z = \frac{1-[C(h)]^2\ (1-\varepsilon)}{N} \quad (11\text{-}b)$$

ε, déterminé par les conditions expérimentales, est le plus souvent très inférieur à 1, aussi, l'équation (11-*b*) est comparable à celle obtenue précédemment dans un processus Poissonnien (équation 3-*b*), et on peut donc conclure que la mesure précise du coefficient de corrélation est obtenue en un temps relativement faible.

Nous appliquerons cette méthode à l'étude de quelques états métastables, mais auparavant, on discutera les conditions d'utilisation et les erreurs possibles de l'appareillage.

CHAPITRE III

I. ANALYSE DES POSSIBILITÉS ET DOMAINE D'UTILISATION DU CORRÉLATEUR

Indépendamment de l'erreur statistique associée à toute mesure du coefficient de corrélation, on doit vérifier le bon fonctionnement du corrélateur et déceler les erreurs systématiques possibles.

a) Estimation des erreurs systématiques.

La précision des mesures de corrélation est essentiellement définie par la qualité des circuits « Porte », qui sélectionnent les événements $X(t_1) = +1$ et $X(t_1+h) = +1$. En effet, le fonctionnement de ces circuits peut être défectueux lorsque une impulsion, issue du générateur G, arrive pendant le basculement de la fonction aléatoire $X(t) = \pm 1$.

Pour rendre minimum cette cause d'erreur systématique, nous utilisons une tension $X(t) = \pm 1$, dont la durée de basculement de la valeur $+1$ à la valeur -1, ou inversement, est de l'ordre de $0{,}8.10^{-7}$ sec. et les impulsions issues du générateur G ont une largeur de 10^{-7} secondes.

Dans ces conditions, nous avons vérifié que la probabilité de fonctionnement défectueux des circuits « Porte » est proportionnelle à la densité ρ des basculements de la fonction $X(t)$ et l'erreur systématique introduite par le corrélateur est inférieure ou égale à :

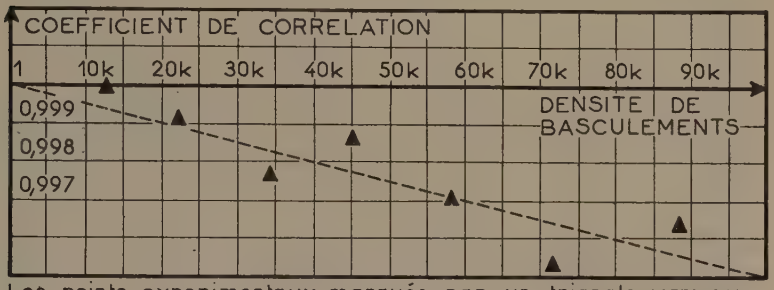
$$\Delta C = 5.10^{-8}\rho$$

Cette vérification est obtenue en éliminant toute autre cause d'erreur dans la mesure du coefficient de corrélation, à savoir l'erreur sur l'étalonnage du retard h et celle sur la densité ρ de basculements de $X(t)$.

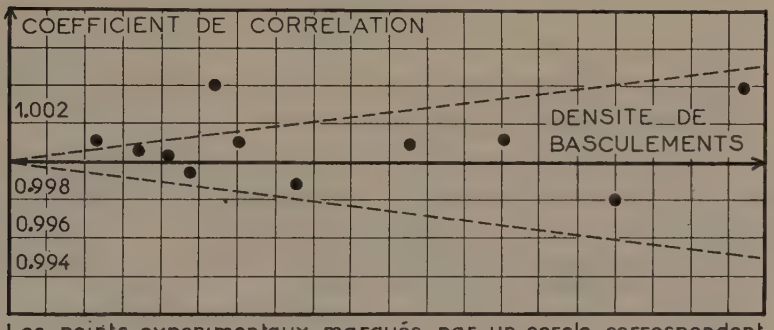
En particulier, les essais suivants justifient l'estimation $\Delta C = 5.10^{-8}\rho$.

1) Lorsque le retard h est nul, le coefficient de corrélation $C(h)$ doit prendre la valeur certaine $C(O) = +1$, quelle que soit la loi de distribution des basculements.

Le graphique I représente les valeurs expérimentales C(O), obtenues pour diverses densités ρ de basculements de X(t), leur loi de distribution étant aléatoire ou périodique (dans ce dernier cas, on remplace le détecteur de particules par un générateur d'impulsions périodiques).



Les points experimentaux marqués par un triangle correspondent à une distribution périodique de $x(t) = \pm 1$



Les points experimentaux marqués par un cercle correspondent à une distribution aléatoire de $x(t) = \pm 1$

Graphique I

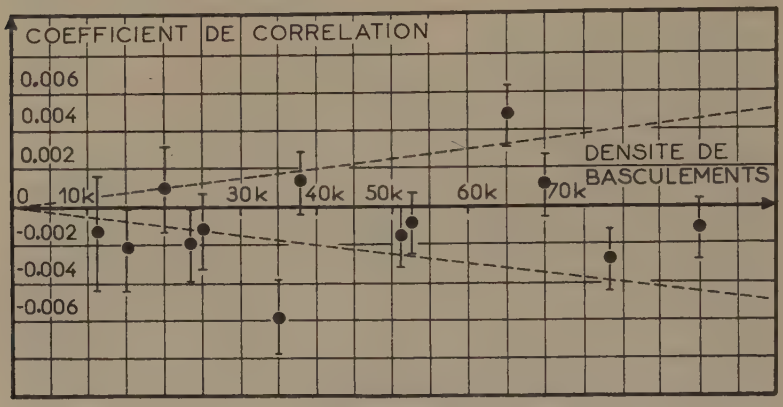
Les droites en pointillés indiquent la limite de l'erreur systématique admise $\Delta C = 5.10^{-8}\rho$.

2) Nous avons également mesuré C(h) pour des distributions poissonniennes, le retard h étant choisi très supérieur à l'intervalle moyen de temps séparant deux basculements successifs de X(t).

Ces mesures, représentées sur le graphique II, doivent vérifier l'équation $C(h) = e^{-2\rho h}$. Le produit ρh étant très supérieur à 1, C(h) doit être nul et la connaissance précise des paramètres ρ et h n'est pas nécessaire.

Les fluctuations statistiques trop importantes ne nous permettent pas de mesurer la valeur exacte de l'erreur systématique

introduite par le corrélateur. Toutefois, l'estimation $\Delta C \leqslant 5.10^{-8}\rho$ est satisfaisante et nous verrons ultérieurement qu'une précision moindre serait suffisante.



Graphique II

b) Analyse du coefficient de corrélation $C(h)$ lorsque la fonction $X(t)=\pm 1$ est périodique.

Pour déceler d'autres causes d'erreurs, on mesure le coefficient de corrélation $C(h)$ lorsque les basculements de $X(t)=\pm 1$ sont déclenchés par des impulsions périodiques.

Soient ρ le nombre moyen de basculements par seconde et n un nombre entier positif quelconque.

Un calcul élémentaire donne pour valeur du coefficient de corrélation

$$\begin{cases} C(h)=(-1)^n.(2n+1-2\rho h) \\ \text{avec } n \leqslant \rho h \leqslant n+1 \end{cases} \qquad (1\text{-}c)$$

La périodicité de la fonction $C(h)$ est définie par le paramètre n.

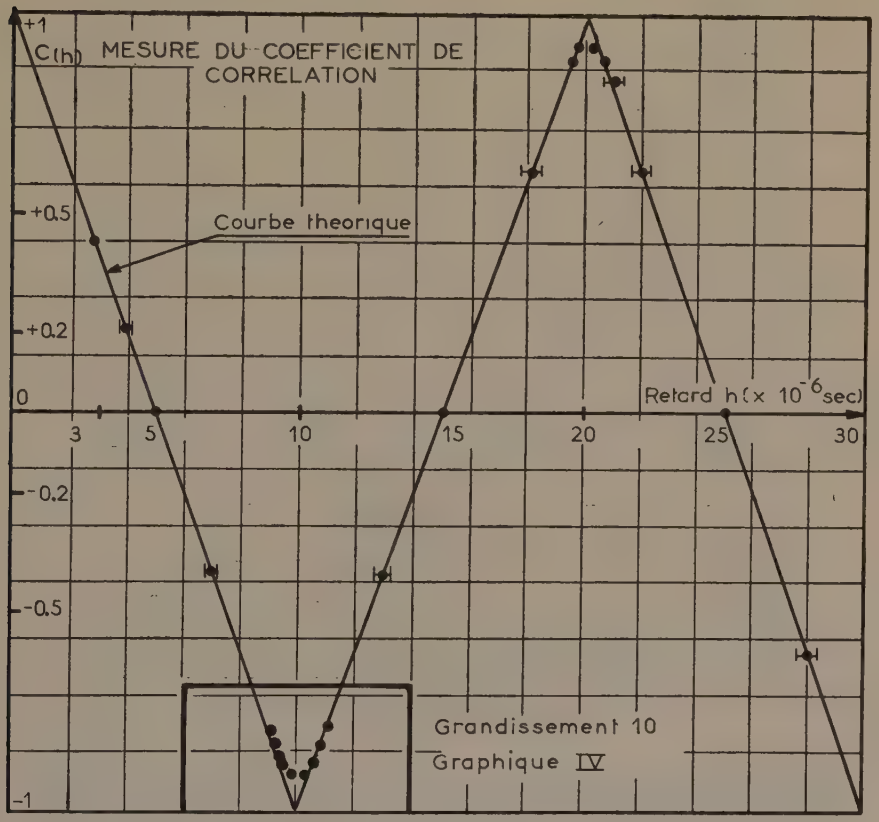
Le graphique III représente les valeurs expérimentales $C(h)$ obtenues pour divers retards h, le densité ρ étant alors de l'ordre de 10^5.

L'incertitude des mesures résulte principalement de l'étalonnage insuffisant du retard h.

Aussi, afin de connaître avec plus de précision l'erreur introduite par le corrélateur, on étudie le coefficient de corrélation au voisinage de la valeur -1. Admettant que le retard h est systématiquement erroné, nous envisageons la variation de $C(h)$ représentée graphique IV.

D'après l'équation (1-*c*) ,on doit mettre en évidence un point de rebroussement pour lequel $C(h)=-1$, mais les fluctuations de l'intervalle de temps entre deux basculements successifs de $X(t)$ expliquent la forme arrondie de la courbe expérimentale.

On peut cependant définir, par extrapolation, un point de rebroussement expérimental pour lequel $C(h)=-1{,}005$, valeur qui confirme les estimations précédentes de l'erreur systématique introduite par le corrélateur.

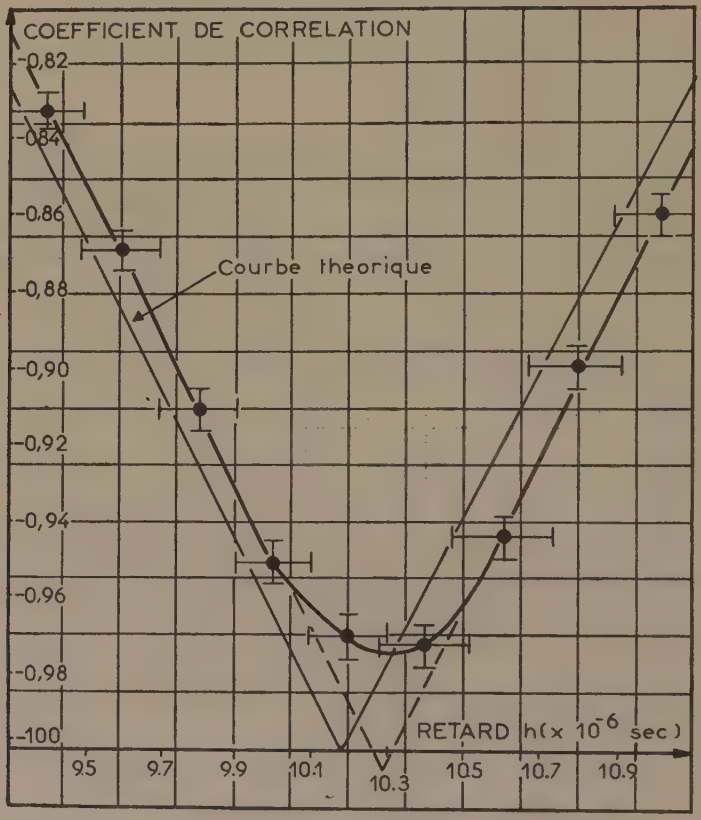


Graphique III.

c) Erreur sur le retard *h*.

L'étalonnage du retard *h* est réalisé à l'aide d'un oscilloscope Ribet-Desjardins et l'étude précédente montre qu'il y a lieu d'exiger plus de précision.

Par contre, le corrélateur effectue avec une excellente précision toute opération $Z(N,h) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} X(t_i).X(t_i+h)$. Aussi,



Graphique IV

dans la suite de cette étude, les retards h seront donnés par une mesure préalable du coefficient de corrélation de la fonction périodique $X(t)$.

Ceci nous permettra, alors, d'avoir les retards h avec une précision relative supérieure à 2.10^{-3}.

d) Analyse d'un radioélément poissonnien.

Pour terminer cette étude préliminaire, nous avons vérifié le fonctionnement de l'ensemble de l'appareillage dans des condi-

tions expérimentales très proches de celles obtenues pour l'analyse des radioéléments à filiation.

On mesure le coefficient de corrélation $C(h)$ de $X(t)$, associée à un radioélément poissonnien et les résultats obtenus doivent vérifier l'équation caractéristique d'une loi de Poisson $C(h)=e^{-2\rho h}$, ρ étant le nombre de particules détectées par seconde.

Evidemment, l'imperfection des détecteurs peut détruire le caractère poissonnien de l'émission des particules. En particulier, le temps mort τ des appareils a été la perturbation la plus importante, dont il nous a fallu tenir compte.

Pour caractériser cet effet, nous avons étudié l'écart relatif $\delta(h)$ entre les valeurs expérimentales et théoriques du logarithme du coefficient de corrélation et les mesures $\delta(h)=1+\dfrac{\log C(h)}{2\rho h}$ obtenues pour différentes valeurs des paramètres ρ et τ, sont représentées graphique V.

Le temps mort τ étant faible devant l'intervalle de temps moyen séparant deux particules détectées successives, on justifie ces courbes expérimentales $\delta(h)$, en rappelant que les particules détectées sont initalement émises dans le temps suivant une loi de Poisson de densité $\rho_0=\rho(1+\rho\tau)$.

Dans ces conditions, la densité ρ mesurée n'étant qu'apparente, on admet que le coefficient de corrélation mesuré, vérifie l'équation :

$$C(h)=e^{-2\rho h(1+\rho\tau)} \qquad (2\text{-}c)$$

et l'écart $\delta(h)$ précédemment défini s'écrit :

$$\delta(h)=-\rho\tau \qquad (3\text{-}c)$$

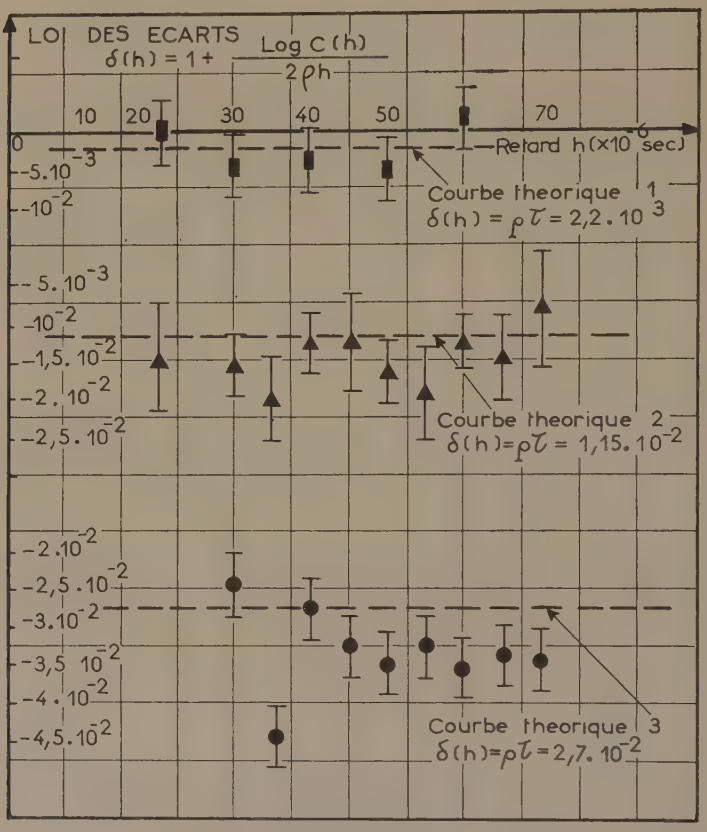
Lorsque le produit $\rho\tau$ est inférieur à 2.10^{-2}, on vérifie que la loi des écarts $\delta(h)$ satisfait l'équation (3-*c*), la précision du corrélateur permettant la mesure de $\delta(h)$ avec une erreur inférieure à 2.10^{-3} [courbes (1) et (2) du graphique V].

Par contre, pour des valeurs du produit $\rho\tau$ comprises entre 2.10^{-2} et 4.10^{-2}, la valeur mesurée $\delta(h)$ est systématiquement supérieure au produit $\rho\tau$, cette différence pouvant être de l'ordre de 5.10^{-3} [courbe 3 du graphique V].

Nous n'avons pas pu préciser si l'on devait attribuer cette différence à l'insuffisance de la formule approchée (2-*c*), ou à un étalonnage défectueux du temps mort, qui varie dans de larges limites avec l'amplitude, la forme et la densité des impulsions de détection.

Enfin, lorsque le temps mort perturbe fortement la distri-

bution poissonnienne de l'émission des particules, l'égalité $\delta(h)=\rho\tau$ n'est plus justifiée ni vérifiée.



Graphique V

e) Les limites d'erreurs systématiques et statistiques de notre appareillage étant maintenant définies, nous pouvons entreprendre des mesures de vie moyenne.

Le coefficient de corrélation de $X(t)=\pm 1$, caractéristique de la filiation, a été calculé lorsque le temps mort τ des détecteurs est négligeable devant l'intervalle de temps moyen séparant deux particules Mères successives [l'équation (10-*a*)].

Nous pouvons désormais envisager des conditions expérimentales moins strictes, il suffira de substituer au nombre moyen ρ

de particules détectées par seconde la densité réelle $\rho(1+\rho\tau)$, et les précédentes mesures légitiment la relation :

$$-\text{LogC}(h)=2\rho(1+\rho\tau)h(1\text{-A})+2\rho(1+\rho\tau)(\lambda+\tau)\text{A}(1-e^{-h/\lambda}) \quad (4\text{-}c)$$

Cette dernière est justifiée lorsque le produit $\rho\tau$ est inférieur ou de l'ordre de 2.10^{-2}, ce qui est aisément réalisable.

II. MESURE D'UN ÉTAT EXCITÉ DU TANTALE 181

Plusieurs expérimentateurs ont mis en évidence l'état instable du Ta_{181}, à 0,615Mev, cet état résultant de la désintégration β^- du Hafnium 181.

Le schéma des niveaux d'énergie de ce radioélément est relativement bien connu [8], [9] et on peut définir le processus de filiation qui nous intéresse, par un schéma simplifié représenté fig. 4.

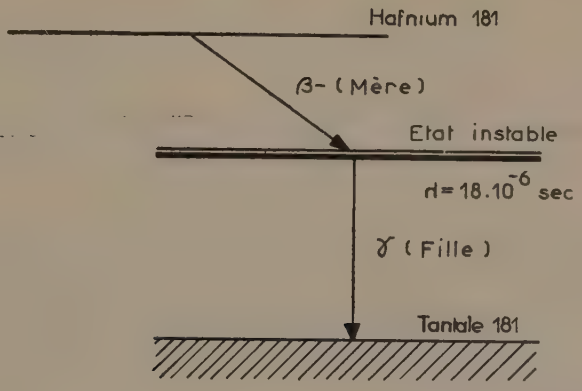


Fig. 4

En fait, la transition Gamma « Fille » est constituée par une cascade de transitions instantanées qui, à l'échelle des détecteurs, ne sont pas différenciables les unes des autres.

Les mesures de vie moyenne de l'état instable, obtenues le plus souvent par des méthodes de coïncidences retardées, sont réparties dans un domaine compris entre 16.10^{-6} sec. et 22.10^{-6} sec. Ref. : [10] à [17].

Nous proposons de préciser cette valeur par notre méthode d'analyse du coefficient de corrélation.

a) Description du dispositif expérimental.

Nous avons, en premier lieu, envisagé la détection des particules « Mères » et du rayonnement gamma « Filles », à l'aide d'un seul détecteur. Le radioélément est placé au centre d'un scintillateur plastique épais et un photomultiplicateur 56 AVP suivi d'un discriminateur « type ELA 10 Mégacycles », permet la détection des événements Mères et Filles avec un temps mort de l'ordre de 10^{-7} secondes.

Avec ce dispositif, l'efficacité A de détection de la filiation est faible (de l'ordre de 15%) et la précision sur la vie moyenne mesurée insuffisante ($\lambda = 18{,}7.10^{-6}$ sec $\pm\ 2.10^{-6}$ sec).

Aussi, pour augmenter l'efficacité A, nous avons adopté l'ensemble de deux détecteurs représentés fig. 5.

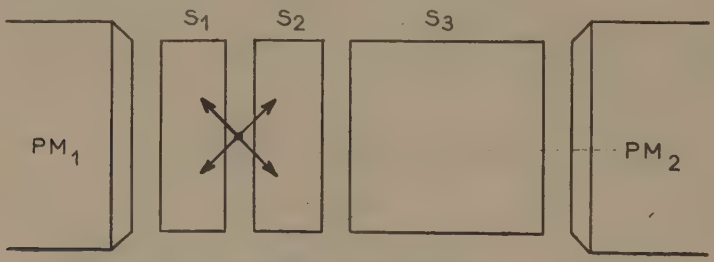


Fig. 5

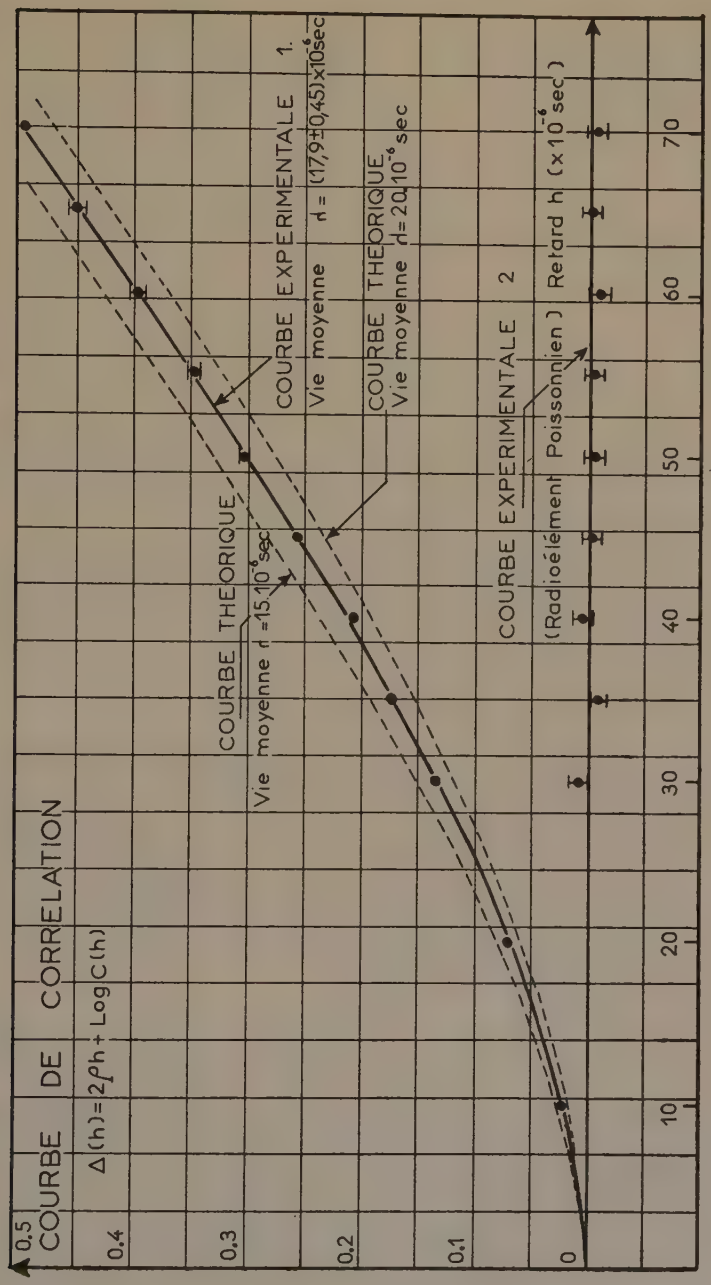
Le radioélément est placé entre les scintillateurs plastiques S_1 et S_2 de 3 mm d'épaisseur et le photomultiplicateur PM_1 détecte essentiellement les particules Mères avec une géométrie 4π. Le cristal de Iodure de Sodium, associé au photomultiplicateur PM_2, permet la détection du rayonnement gamma « Fille » dans un angle sensiblement égal à 2π.

On additionne les impulsions issues des deux photomultiplicateurs et, dans ces conditions, l'efficacité de détection de la filiation est de l'ordre de 40%.

b) Résultats.

L'activité du radioélément a été choisie de façon à obtenir un nombre moyen ρ de particules détectées par seconde de l'ordre de $1{,}5.10^4$, ce qui correspond à de bonnes conditions expérimentales et à une précision optimale des mesures de vie moyenne.

On peut extraire la vie moyenne cherchée de la courbe expé-



Graphique VI

rimentale C(h), obtenue pour divers retards h, mais cette méthode est difficilement utilisable, car la vie moyenne apparaît dans une fonction elle-même exposant d'un terme exponentiel.

Aussi, pour chaque mesure C(h) du coefficient de corrélation, on calcule la valeur de

$$\Delta(h) = 2\rho(1+\rho\tau)h + \text{Log } C(h) \qquad (5\text{-}c)$$

D'après l'équation (4-c), cette valeur $\Delta(h)$ est caractéristique de la filiation et s'écrit :

$$\Delta(h) = 2\rho(1+\rho\tau)\,A\,[h-(\lambda+\tau)\,(1-e^{-h/\lambda})] \qquad (6\text{-}c)$$

Nous avons représenté, courbe 1 graphique VI, les variations de $\Delta(h)$ avec le retard h, la densité de particules détectées étant alors égale à $\rho = 11.680 \pm 7$.

Afin de contrôler constamment le bon fonctionnement de l'appareillage, nous avons également mesuré le coefficient de corrélation C(h) de X(t), associé à une distribution Poissonnienne de même densité ρ.

La courbe $\Delta(h)$, associée à cette distribution, doit être nulle quel que soit le retard h envisagé et on vérifie ainsi que l'estimation des erreurs systématiques et statistiques est satisfaisante (courbe 2 du graphique VI).

c) Estimation de la vie moyenne.

La vie moyenne cherchée est déterminée en identifiant la courbe 1 du graphique VI à l'équation (6-c).

Une mesure graphique rapide permet une estimation de la vie moyenne avec une précision de l'ordre de 10^{-1}.

λ_1 étant cette première valeur, on peut alors, avec une excellente approximation, remplacer dans l'équation (6-c), le terme $(1-e^{h/\lambda})$ par $(1-e^{-h/\lambda_1})$ et on applique la méthode des moindres carrés à la nouvelle équation :

$$\Delta(h) = 2\rho(1+\rho\tau)\,A\,[h-(\lambda+\tau)\,(1-e^{-h/\lambda_1})] \qquad (7\text{-}c)$$

On pose $H_1 = 1-e^{-h_1/\lambda_1}$, h_1 représente une valeur particulière du retard et i peut varier de 1 à n, et soit $\omega_1 = \dfrac{1}{\sigma^2\,\Delta(h_1)}$ le poids statistique d'une mesure $\Delta(h_1)$.

On rend la quantité

$$M = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_1 \left\{ \Delta(h_1) - 2\rho(1+\rho\tau)\,A\,[h-(\lambda+\tau)\,H_1] \right\}^2$$

minimum lorsque $\frac{dM}{dA}=0$ et $\frac{dM}{d\lambda}=0$, ce qui permet de calculer l'estimateur de la vie moyenne :

$$\lambda = \frac{\Sigma_i\omega_i\,\Delta(h_i)\,h_i\,\Sigma_i\omega_i h_i H_i - \Sigma_i\omega_i\,\Delta(h_i)H_i\,\Sigma_i\omega_i h_i^2}{\Sigma\omega_i H_i^2\,\Sigma\omega_i\,\Delta(h_i)\,h_i - \Sigma_i\omega_i\,\Delta(h_i)H_i\,\Sigma\omega_i h_i H_i} - \tau \quad (8\text{-}c)$$

et l'erreur statistique relative sur $\Delta(i)$ étant au plus de l'ordre de 10^{-2}, la variance $\sigma^2\lambda$ peut s'écrire :

$$\sigma^2\lambda = \frac{\Sigma\omega h^2 + \lambda^2\Sigma\omega H^2 - 2\lambda\,\Sigma\omega hH}{4\rho^2 A^2\,[\Sigma\omega H^2\,\Sigma\omega h^2 - (\Sigma\omega hH)^2]} \quad (9\text{-}c)$$

Cette méthode d'approximation successive et de moindres carrés appliquée à $\Delta(h)$ (courbe 1 graphique VI) fournit une mesure de la vie moyenne $\lambda=17.9.10^{-6}$ sec et l'erreur statistique est égale à : $\sigma\lambda=0.15.10^{-6}$ sec.

D'autre part, malgré une estimation des plus pessimistes des erreurs systématiques sur $\Delta(h)$, l'incidence de ces dernières sur la vie moyenne est toujours inférieure à $0{,}25.10^{-6}$ sec.

Nous avons établi, pour diverses densités ρ de particules, une série de courbes $\Delta(h)$, analogues à celles du graphique VI et les résultats obtenus (tableau VI) permettent d'affirmer que la valeur de la vie moyenne de l'état excité du Ta 181 est :

$$\lambda = (17.80 \pm 0{,}35).10^{-6} \text{ secondes.}$$

L'erreur indiquée comprend une erreur statistique égale à deux fois la variance et l'erreur systématique est largement estimée.

Densité des particules détectées	Vie moyenne mesurée
10.500	$\lambda=18{,}30.10^{-6}\text{sec}\pm 0{,}70.10^{-6}\text{sec}$.
11.600	$\lambda=17{,}90.10^{-6}\text{sec}\pm 0{,}45.10^{-6}\text{sec}$.
11.700	$\lambda=18{,}40.10^{-6}\text{sec}\pm 0{,}70.10^{-6}\text{sec}$.
14.000	$\lambda=17{,}15.10^{-6}\text{sec}\pm 0{,}70.10^{-6}\text{sec}$.
14.500	$\lambda=17{,}60.10^{-6}\text{sec}\pm 0{,}45.10^{-6}\text{sec}$.

Tableau VI

Pour terminer cette étude du Tantale 181, il importe de remarquer que les mesures du coefficient de corrélation ont été effectuées en 200 secondes et, malgré la brièveté du temps consacré à l'expérience, l'erreur statistique relative commise reste inférieure à 10^{-2}.

D'autre part, la méthode préconisée permet l'utilisation de sources d'activité relativement importantes. Par contre, nous démontrerons que les techniques de coïncidences retardées nécessitent des densités de particules détectées beaucoup plus faibles.

III. MESURE D'UN ÉTAT EXCITÉ DE L'ARSENIC 75

Suivant la même méthode qu'au précédent paragraphe, nous avons entrepris la mesure de la vie moyenne de l'état instable de l'Arsenic 75, à 0,305 Mev, cet état résultant lui-même de la désintégration β^- du Sélénium 75.

Un schéma des niveaux d'énergies, admis [**18**], est représenté fig. 7 et on remarque que le processus de désintégration avec filiation, qui nous intéresse, ne représente qu'une faible partie de l'activité du radioélément.

Des diverses expériences réalisées ces dernières années, on peut situer la vie moyenne de cette filiation entre les valeurs 12.10^{-3} sec. et 22.10^{-3} sec. [**19**] à [**21**].

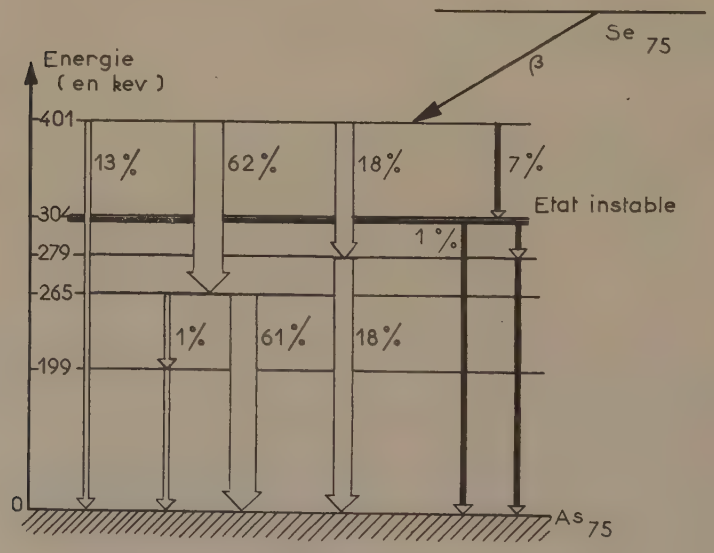


Fig. 7

La désintégration avec filiation est représentée en traits pleins.

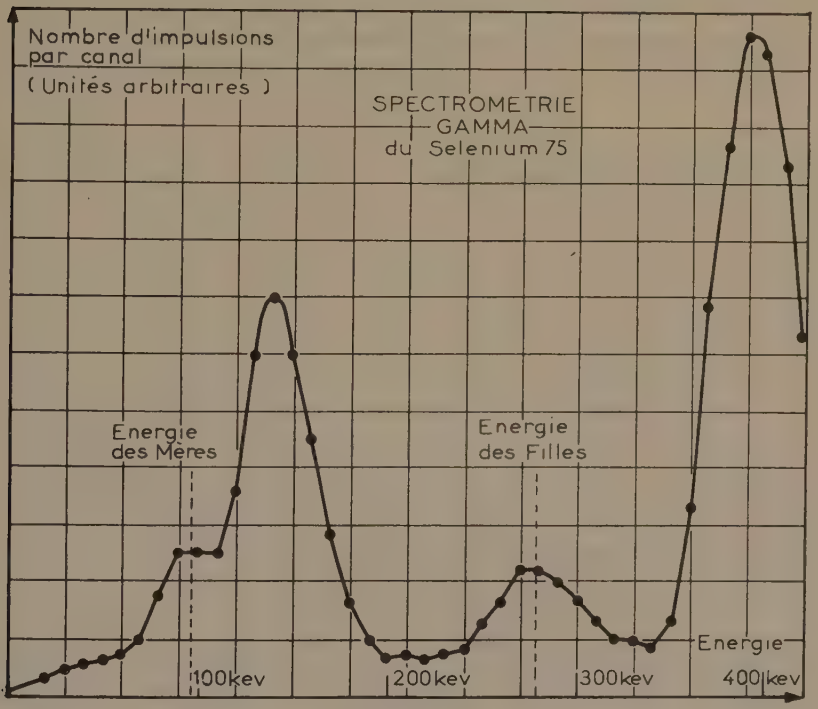
a) Description du dispositif expérimental.

Pour des raisons de simplicité et de rapidité, nous avons repris et adapté l'appareillage utilisé pour l'analyse de l'Hafnium 181, bien que les qualités exigées des appareils soient différentes pour l'étude de l'Arsenic 75.

En effet, la vie moyenne cherchée étant de l'ordre de 2.10^{-2}

sec., le temps mort des détecteurs est parfaitement négligeable et on peut admettre une fonction $X(t) = \pm 1$, dont le temps de basculement de la valeur $+1$ à la valeur -1, ou inversement, est égal à 10^{-6} sec.

Par contre, pour éviter de transmettre des signaux « Porte » dérivés, liés à leur largeur plus grande, il devient nécessaire de relier les divers ensembles électroniques par des liaisons continues.



Graphique VII

Aussi, tenant compte de ces remarques, le corrélateur a été modifié et après quelques mesures de contrôle et d'étalonnage, nous admettons que l'erreur systématique dans la mesure du coefficient de corrélation est négligeable.

Les mêmes raisons de simplicité nous ont conduits à adapter cette fois un unique détecteur de rayonnement Gamma.

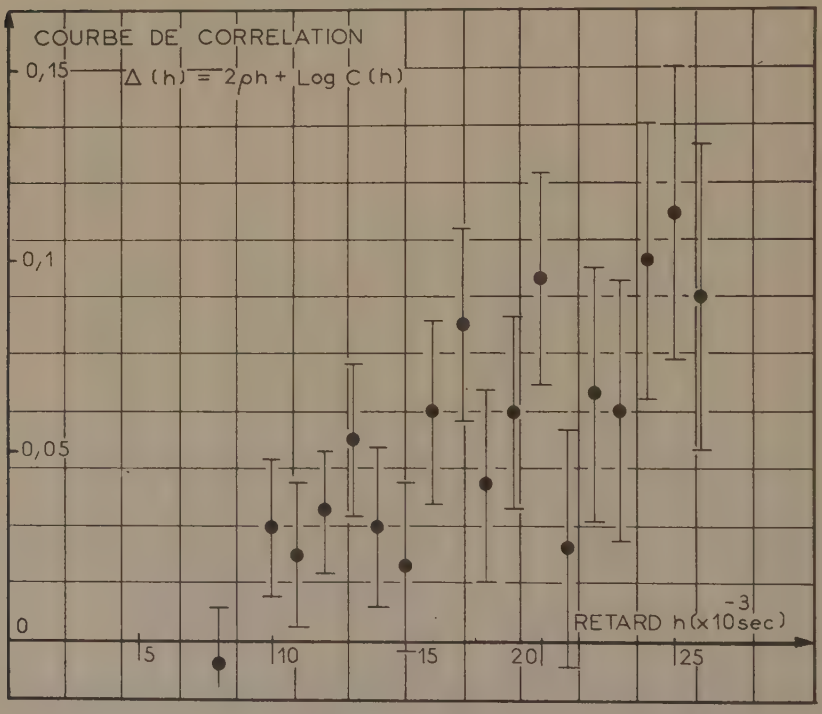
Le radioélément est placé au centre d'un cristal « Puits » de Iodure de Sodium et on détecte globalement les rayonnements Gamma « Mères » de 97 Kev et « Filles » de 279 Kev.

Cependant, malgré les excellentes conditions géométriques de détection de la filiation, cette dernière, fortement masquée par les autres rayonnements (graphique VII) conduit à une efficacité A, caractéristique de la filiation, inférieure à 10%.

b) Résultats.

Nous avons représenté, (graphique VIII), les valeurs expérimentales $\Delta(h)=2\rho h+\mathrm{Log}C(h)$, obtenues pour divers retards h et cette courbe doit vérifier l'équation :

$$\Delta(h) = 2\rho A[h-\lambda(1-e^{-h/\lambda})].$$



Graphique VIII

L'efficacité A étant très faible, les erreurs relatives de mesures sont importantes et on peut, tout au plus, admettre une vie moyenne voisine de 20.10^{-3} sec.

Il importe, pour conclure, de remarquer que l'insuffisance

de ce résultat n'est pas imputable au principe même de notre méthode, mais tient à ce radioélément particulier, qui ne permet pas une détection satisfaisante de la filiation.

En effet, le coefficient de corrélation C(h) a été mesuré, sans difficultés, avec une excellente précision statistique mais la quantité $\Delta(h)=2\rho h+\mathrm{Log}C(h)$ étant très faible, sa précision relative n'est pas satisfaisante.

Il semble qu'une efficacité A de l'ordre de 5.10^{-3} soit une limite au-dessous de laquelle le corrélateur ne peut aisément identifier un radioélément à filiation.

CHAPITRE IV

La comparaison de notre méthode de corrélation avec celle, classique, des coïncidences retardées permettra de choisir dans chaque cas particulier, la méthode la plus avantageuse.

Dans ce but, nous rappellerons brièvement le principe des coïncidences retardées et conclurons en énonçant des règles limitant les deux méthodes.

I. ANALYSE DES MÉTHODES DE COINCIDENCES RETARDÉES [16]

a) Description de l'appareillage.

Le principe de la mesure de la vie moyenne est décrit fig. 8.

L'échantillon S, à analyser, est placé entre les deux détecteurs D_1 et D_2, qui sélectionnent respectivement les Mères et les Filles.

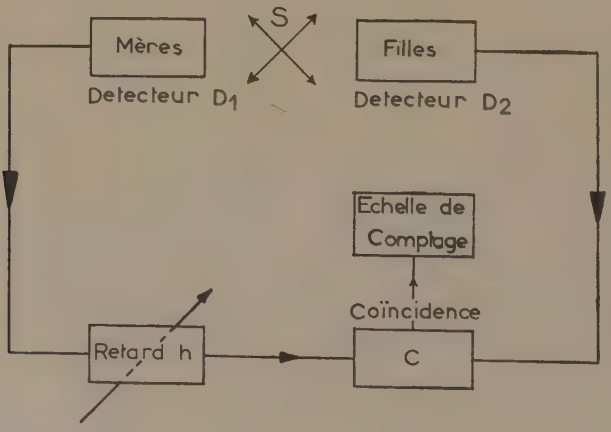


Fig. 8

On met en coïncidence dans le circuit C les Mères et les Filles, les premières nommées étant préalablement retardées de h secondes dans le circuit de retard R.

Le circuit de coïncidence a un pouvoir de résolution égal à dh. Ainsi, une Mère étant émise à l'instant $t=0$, on sélectionne toute Fille émise dans l'intervalle de temps $(h\text{-}dh,\ h+dh)$ et on enregistre le nombre de coïncidences dN_T détectées pendant le temps de mesure T.

b) Mesure de la vie moyenne.

Il faut distinguer deux types de coïncidences :

Une coïncidence « vraie » signifie que le couple d'événements en coïncidence est constitué par une Mère et sa Fille directement associée.

Une coïncidence « fortuite » peut être produite par un couple d'événements indépendants qui n'appartiennent pas à la même cascade de désintégration.

D'après l'équation (1-a), le nombre dN_C de coïncidences vraies doit être égal à $Ke^{-h/\lambda}\ dh$, le paramètre K étant défini par le temps de mesure et les conditions de détection.

Expérimentalement, on détermine le nombre dN_C en associant au nombre total dN_T de coïncidences enregistrées un taux moyen de coïncidences fortuites et on déduit la vie moyenne cherchée en étudiant la courbe dite « de coïncidence » $dN_C=Ke^{-h/\lambda}\ dh$, obtenue pour divers retards h.

Pour compléter cette étude, signalons une méthode plus générale qui repose également sur la technique des coïncidences retardées, mais qui enregistre simultanément les résultats correspondant aux divers retards h [16] - [17].

II. POSSIBILITÉS ET PRÉCISION DES MÉTHODES DE COÏNCIDENCES RETARDÉES

Ayant obtenu une courbe de coïncidence $dN_C=Ke^{-h/\lambda}\ dh$, la vie moyenne λ est le plus souvent déterminée comme pente de la droite $\mathrm{Log}dN_C=\mathrm{Cte}\text{-}h/\lambda$ et la précision sur λ est déterminée par celle sur dN_C.

Le nombre de coïncidences vraies dN_C est posé égal à la différence $dN_C=dN_T-dN_F$ et on suppose une estimation très précise du nombre moyen dN_F de coïncidences fortuites (une telle hypothèse est souvent justifiée).

Dans ces conditions, l'erreur statistique sur dN_C est égale à celle sur dN_T.

$$\sigma^2\,(dN_c) = \sigma^2(dN_T) = dN_T$$

Il s'ensuit que l'erreur statistique relative E sur dN_C s'écrit :

$$E = \frac{\sigma(dN_c)}{dN_c} = \frac{\sigma\,(dN_T)}{dN_T}\left(1 + \frac{dN_F}{dN_c}\right) \qquad (1\text{-}d)$$

On démontre ainsi, que pour un comptage donné dN_T, la précision des mesures sera d'autant plus satisfaisante que le taux de coïncidences fortuites dN_F/dN_C est plus faible.

a) Estimation du taux de coïncidences fortuites.

Pour étudier les variations du taux de coïncidences fortuites avec les diverses conditions expérimentales, on introduit les définitions suivantes :

— ρ_0 : nombre de Mères émises par seconde ;

— α, β : efficacité des appareils détectant les Mères et les Filles.

T : temps de mesure ;

h : retard avec lequel est transmise toute impulsion Mère.

Enfin, le processus de désintégration avec filiation peut ne représenter qu'une partie de l'activité du radioélément et les chaînes de détection introduisent un bruit de fond.

Cette détection d'événements, qui s'ajoutent à la filiation, est alors caractérisée par les rapports suivants :

m_1 : nombre total d'impulsions émises par le détecteur sensible aux Mères divisé par le nombre de Mères détectées ;

m_2 : rapport similaire pour la chaîne de détection sensible aux Filles.

Utilisant cet ensemble de définitions, le nombre de coïncidences fortuites dN_F s'écrit :

$$dN_F = 2\alpha\beta\rho_0^2\, m_1 m_2 \,T\, dh \qquad (2\text{-}d)$$

et d'après l'équation (1-a), le nombre de coïncidences vraies est égal à :

$$dN_C = 2\alpha\beta\rho_0\lambda^{-1}\, e^{-h/\lambda}\, T\, dh \qquad (3\text{-}d)$$

Utilisant les équations (2-d) et (3-d), on peut alors expliciter le taux moyen de coïncidences fortuites :

$$\frac{dN_F}{dN_c} = \rho_0\lambda\, m_1 m_2\, e^{h/\lambda} \qquad (4\text{-}d)$$

Plusieurs expérimentateurs ont déterminé l'activité du radioélément qu'ils étudiaient de manière que dN_F/dN_C soit inférieur ou de l'ordre de 1.

Cependant, on remarque que cette condition est difficilement réalisable lorsque les vies moyennes deviennent importantes (domaine de la milliseconde ou plus), car il faudrait utiliser des échantillons de très faible activité et la détection de la filiation serait perturbée par le bruit de fond des appareils.

Aussi, nous pouvons énoncer une première condition, caractéristique de la méthode des coïncidences retardées :

Il est nécessaire de limiter l'activité des radioéléments étudiés et les mesures de durée de vie moyenne, du domaine de la milliseconde, sont le plus souvent effectuées dans des conditions défavorables, avec un taux de coïncidences fortuites élevé.

Application : Etude de l'Hafnium 181.

La courbe de coïncidence, caractéristique de ce radioélément, est souvent étudiée pour des retards h variant de zéro à quatre fois la vie moyenne.

L'activité de l'échantillon est déterminée par l'équation (4-*d*) et il est satisfaisant d'admettre un taux de coïncidences fortuites de l'ordre de 1, lorsque le retard h est égal à quatre fois la vie moyenne.

On suppose que la détection de la filiation a lieu dans d'excellentes conditions et on pose : $m_1=m_2=1$.

Dans ces conditions $\rho_0\lambda=2.10^{-2}$ et la vie moyenne λ étant de l'ordre de 18.10^{-6} sec, il est nécessaire de limiter l'activité du radioélément à la valeur $\rho_0 \simeq 10^3$.

Nous rappelons, que notre méthode de mesure du coefficient de corrélation permet, par contre, d'utiliser sans difficultés des échantillons d'activité dix fois plus importante.

b) Incidence des erreurs de mesures σ^2 ($d\mathrm{N_C}$) sur la détermination de la vie moyenne.

Les points expérimentaux $y(h)$ = Log $d\mathrm{N_C}$, obtenus pour divers retards h, doivent vérifier l'équation :

$$y(h) = \mathrm{Cte} - h/\lambda$$

La vie moyenne cherchée est souvent obtenue en appliquant la méthode des moindres carrés à cette équation et un calcul classique permet d'écrire l'estimateur de la vie moyenne :

$$\lambda = \frac{(\Sigma_1\omega_1 h_1)^2 - \Sigma_1\omega_1 \Sigma_1\omega_1 h_1^2}{\Sigma\omega_1 \Sigma_1\omega_1 h_1\, y(h_1) - \Sigma_1\omega_1 h_1 \Sigma_1\omega_1\, y(h_1)} \qquad (5\text{-}d)$$

Le poids statistique d'une mesure $y(h_1)$ est caractérisée par $\omega_1 = \dfrac{1}{\sigma^2 y(h_1)}$, h_1 représente un retard particulier et i peut varier de 1 à n.

Pour déterminer l'influence des erreurs de mesures sur la vie moyenne, il suffit de calculer la variance $\sigma^2\lambda$, qui d'après l'équation (5-*d*) peut s'écrire :

$$\sigma^2(\lambda) = \frac{\lambda^4 \Sigma_1 \omega_1}{\Sigma\omega_1 \Sigma\omega_1 h_1^2 - (\Sigma\omega_1 h_1)^2} \qquad (6\text{-}d)$$

On explicite alors, ω_1 en fonction des divers paramètres expérimentaux définis au précédent paragraphe, et on étudie le comportement de $\sigma^2(\lambda)$.

On peut, sans restreindre cette étude, supposer que le nombre de coïncidences dN_C est suffisamment important pour que la précision statistique relative sur ce nombre soit au moins égale à 20%.

Dans ces conditions :

$$\sigma^2(y) \simeq \frac{\sigma^2(dN_c)}{dN_c^2}$$

La variance $\sigma^2(dN_C)$ étant égale à dN_T, il s'ensuit que :

$$\omega_1 \simeq \frac{dN_C}{1 + dN_F/dN_c}$$

Les quantités dN_C et dN_F/dN_C ayant été calculées [Equations (3-*d*) et (4-*d*)], le poids statistique d'une mesure est alors égal à :

$$\omega_1 = \frac{2\alpha\beta \cdot \rho_0\lambda \cdot \tau/\lambda \cdot dh/\lambda \cdot e^{-h/\lambda}}{1 + \rho_0\lambda m_1 m_2 e^{h/\lambda}} \qquad (7\text{-}d)$$

Une étude bibliographique nous a permis de constater que, quelle que soit la vie moyenne envisagée, un certain nombre de paramètres, figurant dans l'équation (7-*d*), ont une valeur constante.

Ainsi, le rapport dh/λ est toujours de l'ordre de 10^{-1}.

D'autre part, la courbe de coïncidence $dN_C = f(h,\lambda)$ est le plus souvent étudiée pour des retards h variant de zéro à quatre fois la vie moyenne. Aussi, on pose $h/\lambda = \theta$ et θ croît de 0 à 4, par bonds d'amplitude 0,2.

Enfin, il est raisonnable d'admettre les valeurs :

$$\rho_0\lambda = 2.10^{-2} \text{ et } m_1 = m_2 = 2.$$

D'après l'équation (4-*d*), ce choix des paramètres entraîne un taux de coïncidences fortuites satisfaisant et correspond à des conditions expérimentales souvent réalisées.

Ces diverses considérations permettent de simplifier l'équation (7-*d*) qui s'écrit :

$$\omega_1 = \frac{4\alpha\beta\ 10^{-3} \times T/\lambda \times e^{-\theta_1}}{1 + 0{,}08\ e\ \theta_1} \qquad (8\text{-}d)$$

On peut alors exprimer la variance $\sigma^2\lambda$ sous une forme utilisable :

$$\sigma^2\lambda = \frac{10^3\lambda^2}{4\alpha\beta} \times \frac{\lambda}{T} \times F_1(\theta) \qquad (9\text{-}d)$$

$$F_1(\theta) = \frac{\sum_{\theta=0}^{\theta=4} \frac{e^{-\theta}}{1+0{,}08e^{\theta}}}{\sum \frac{e^{-\theta}}{1+0{,}08e^{\theta}} \sum \frac{e^{-\theta}\theta^2}{1+0{,}08e^{\theta}} - \left[\sum \frac{e^{-\theta}\,\theta}{1+0{,}08e^{\theta}}\right]^2}$$

La fonction $F_1(\theta)$ est indépendante des paramètres expérimentaux et apparaît comme une grandeur caractéristique de la méthode de dépouillement de la courbe de coïncidence.

La valeur numérique de cette fonction $F_1(\theta)$ a été calculée. Il en résulte que $F_1(\theta)=0{,}5$, et, d'après l'équation (9-*d*), l'erreur statistique relative sur la vie moyenne est égale à :

$$\frac{\sigma\lambda}{\lambda} = 11 \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} \times \sqrt{\frac{\lambda}{T}} \qquad (10\text{-}d)$$

L'étude de cette équation permet de conclure et de justifier les régles suivantes, caractéristiques des méthodes de coïncidences retardées :

Pour un temps de mesure donné, la précision sur la vie moyenne est d'autant plus satisfaisante que l'efficacité de détection de la filiation est meilleure.

Pour obtenir une précision donnée, le temps de mesure nécessaire croît proportionnellement avec la vie moyenne étudiée. Si on admet une bonne efficacité de détection de la filiation ($\alpha=\beta=0{,}2$), le temps de mesure nécessaire pour obtenir la vie moyenne avec une précision de 1% est de l'ordre de : $T=3.10^7\lambda$

Remarque :

Le poids statistique ω_1 d'une mesure est déterminé par l'équa-

tion (7-*d*). Quelle que soit l'activité du radioélément étudié, ω_1 est borné supérieurement par la valeur :

$$\omega_{1\,max} = 10^{-1} \times \frac{2\alpha\beta}{m_1 m_2} \times \frac{T}{\lambda} \times e^{-2\theta i} \qquad 11(\text{-}d)$$

Cette estimation optimiste du poids des mesures, entraîne que l'erreur statistique relative sur la vie moyenne doit être au moins égale à :

$$\left(\frac{\sigma\lambda}{\lambda}\right)_{min} = 2{,}6 \times \sqrt{\frac{m_1 m_2}{\alpha\beta}} \times \sqrt{\frac{\lambda}{T}} \qquad (12\text{-}d)$$

On confirme, ainsi, une règle complémentaire des précédentes :

— Il importe d'éliminer de la détection, tout événement indépendant de la filiation.

III. INTÉRÊT DES MESURES DE CORRÉLATION DE $X(t) = \pm 1$

a) Utilisation de radioéléments d'activité importante.

D'après l'équation (9-*a*), le coefficient de corrélation de $X(t) = \pm 1$, caractéristique de la filiation, s'écrit :

$$-\text{Log}\ C(h) = 2\rho h(1-A) + 2\rho\lambda\ A(1-e^{-h}/\lambda)$$

ρ représente le nombre moyen de particules détectées par seconde et le paramètre A définit l'efficacité de détection de la filiation.

On pose : $P(h) = 2\rho h(1\text{-}A)$

$F(h) = 2\rho\lambda A(1-e^{-h}/\lambda)$

Lorsqu'on entreprend la mesure d'une vie moyenne λ, $P(h)$ apparaît comme une quantité indésirable, proportionnelle à l'inefficacité des détecteurs (paramètre 1-A).

Par contre, le terme $F(h)$, proportionnel à l'efficacité A, est représentatif de la filiation.

Le rapport $F(h)/P(h)$ étant indépendant du paramètre ρ, on peut utiliser des radioéléments d'activité relativement importante, sans éliminer, pour autant, la quantité intéressante $F(h)$.

On démontre ainsi que l'activité de l'échantillon n'est pas soumise à des règles restrictives strictes.

Il importe cependant de mesurer le coefficient de corrélation avec une bonne précision statistique relative. Aussi, on impose la condition $4\rho\lambda = 1$ et, expérimentalement, ce choix des para-

mètres a conduit à une précision optimale sur les vies moyennes cherchées.

Remarquons toutefois, que cette condition $4\rho\lambda=1$, ne doit pas être considérée comme impérative, elle définit plutôt un ordre de grandeur du nombre de particules détectées. En effet, des mesures satisfaisantes de vie moyenne ont été obtenues pour des valeurs du paramètre ρ comprises entre $\rho\lambda=10^{-1}$ et $\rho\lambda=1$.

Il ressort de cette étude qu'une efficacité élevée de détection de la filiation est nécessaire pour rendre la quantité indésirable $P(h)$ minimum.

Cette exigence constitue un point commun avec les méthodes des coïncidences retardées.

Par contre, notre méthode élimine les difficultés introduites par les coïncidences fortuites dans les techniques des coïncidences retardées.

b) Intérêt statistique des mesures de corrélation.

Nous avons déterminé les vies moyennes cherchées à partir de la courbe de corrélation (équation 6-*c*) :

$$\Delta(h)=2\rho(1+\rho\tau)\ A\ [h-(\lambda+\tau)\ (1-e^{-h}/\lambda)]$$

Une méthode de moindres carrés appliquée à cette équation permet une estimation de la vie moyenne λ (équation 8-*c*) et la variance de cette quantité (équation 9-*c*) s'écrit :

$$\sigma^2\lambda = \frac{\Sigma\omega h^2 + \lambda^2\Sigma\omega H^2 - 2\lambda\Sigma\omega hH}{4\rho^2A^2\ [\Sigma\omega H^2\,\Sigma\omega h^2 - (\Sigma\omega hH)^2]}$$

Comme au paragraphe précédent, on explicite le poids statistique ω_i d'une mesure en fonction des divers paramètres expérimentaux et on étudie le comportement de $\sigma^2\lambda$.

D'après l'équation (11-*b*), la variance sur le coefficient de corrélation est sensiblement égale à :

$$\sigma^2\ C(h) \simeq \frac{1-C^2}{N}$$

Le nombre de tirages N qu'il est possible d'effectuer en un temps de mesure T est, d'après la condition (1-*b*), de l'ordre de $N=T/h$.

Aussi $\omega_1 = \dfrac{1}{\sigma^2\Delta\,(hi)}$ peut s'écrire :

$$\omega_1 \simeq \frac{TC^2}{h(1-C^2)} \qquad (13\text{-}d)$$

Il serait difficile d'analyser $\sigma^2\lambda$ en toute généralité, et nous limitons notre étude en admettant une estimation pessimiste du poids ω_1 des mesures en posant :

$$\omega_1 \simeq \frac{TC^2}{h}$$

Le coefficient de corrélation est toujours mesuré pour des retards h variant entre zéro et quatre fois la vie moyenne. Aussi, on pose $h/\lambda=\theta$, θ variant de 0 à 4, par bonds d'amplitude 0,2.

D'autre part, l'activité du radioélément a été déterminée par la condition $4\rho\lambda=1$.

On peut donc expliciter le coefficient de corrélation et le poids ω_1 d'une mesure :

$$\omega_1 \simeq \frac{T}{h}\, e^{-(1-A)\theta}\, e^{-A}$$

Cette quantité est bornée inférieurement par la valeur :

$$\omega_{1\,\min} = \frac{T}{h}\, e^{-\theta}\, e^{-A}$$

et d'après l'équation (9-*c*), il s'ensuit que la variance sera au plus égale à :

$$\sigma^2\lambda = \frac{4\lambda^2}{A^2}\, e^{A} \times F_2(\theta) \times \frac{\lambda}{T} \qquad (14\text{-}d)$$

avec : $F_2(\theta) = \dfrac{\Sigma e^{-\theta}\,\theta + \Sigma\,\theta^{-1}\, e^{-\theta} H^2(\theta) - 2\Sigma e^{-\theta}\, H(\theta)}{\Sigma e^{-\theta}\,\theta^{-1}\, H^2(\theta)\Sigma e^{-\theta}\,\theta - [\Sigma e^{-\theta}\, H(\theta)]^2}$

Un calcul numérique fournit la valeur $F_2(\theta)=1{,}15$ et l'erreur statistique relative sur la vie moyenne peut s'écrire :

$$\frac{\sigma\lambda}{\lambda} \leq \frac{2}{A} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{T}} \qquad (15\text{-}d)$$

On rapproche cette équation de celle obtenue lors de l'étude des techniques de coïncidences retardées (équation 10-*d*) et pour une même précision statistique $\dfrac{\sigma\lambda}{\lambda}$, on peut affirmer que notre

méthode d'analyse du coefficient de corrélation nécessite un temps de mesure dix fois moindre.

Remarque :

Il convient de signaler une autre méthode de corrélation, qui emprunte cependant aux techniques de coïncidences retardées.

On effectue la corrélation entre les Mères détectées sur l'intervalle de temps $(t, t+dt)$ et les Filles détectées sur $(t+h, t+h+dt)$. [25].

La fonction de corrélation, ainsi définie, est caractéristique de la filiation cherchée, lorsque l'activité du radioélément n'est pas trop importante.

On retrouve, alors, une difficulté propre aux techniques de coïncidences retardées. D'autre part, les possibilités de l'appareillage limitent l'analyse de la fonction de corrélation.

Cependant, des mesures précises ont été obtenues en un temps relativement faible, ce qui constitue un point commun avec notre méthode.

CHAPITRE V

(APPENDICE)

L'étude de lois de désintégration de radioéléments à filiation peut s'effectuer en mesurant, à diverses fréquences ν, la densité spectrale énergétique $A(\nu)$ de $X(t) = \pm 1$.

Aussi, nous avons calculé la valeur théorique de cette dernière et entrepris la construction d'un analyseur harmonique de l'énergie moyenne de $X(t)$.

I. ÉTUDE DE SPECTRES ENERGETIQUES $A(\nu)$ DE $X(t) = \pm 1$

a) Analyse d'un radioélément poissonnien.

On considére un radioélément dont le processus de désintégration obéit à une loi de Poisson stationnaire de densité ρ.

On peut calculer, directement, la valeur de la densité énergétique $A(\nu)$ [4], ou utiliser les précédents résultats de corrélation, la densité $A(\nu)$ étant alors égale à la transformée de Fourier du coefficient de corrélation $C(h)$ [5].

Il résulte de ces deux méthodes que le spectre de la densité énergétique de $X(t)$, que nous appelons « Spectre Poissonnien » s'écrit :

$$A_p(\nu) = \frac{\rho}{\rho^2 + \pi^2\nu^2} \qquad (1\text{-}e)$$

Cette densité spectrale apparaît comme une fonction de l'activité du radioélément. Aussi, pour comparer les spectres Poissonniens de divers échantillons, on normalise les spectres en fonction du nombre moyen ρ d'impulsions détectées par seconde.

On pose :

$$Y_p = \rho A_p(\nu) \quad \text{et} \quad X = \nu/\rho$$

Dans ces conditions, l'équation (1-*e*) s'écrit :

$$Y_P = \frac{1}{1+\pi^2 X^2} \qquad (2\text{-}e)$$

Cette courbe appelée « Spectre Poissonnien réduit » est indépendante de l'activité de l'échantillon.

Lorsque divers radioéléments Poissonniens sont étudiés, l'unicité de la courbe : $Y_P = \frac{1}{1+\pi^2 X^2}$ peut être posée comme condition de bon fonctionnement des appareils.

b) Analyse d'un radioélément a filiation.

Les particules émises par le radioélément n'étant pas indépendantes, il est difficile de calculer directement la densité A(ν) [**26**]. Aussi, on effectue la transformation de Fourier du coefficient de corrélation.

On conserve les notations utilisées aux précédents chapitres et la densité spectrale énergétique s'écrit :

$$A(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(h)\, e^{-2\pi i \nu h}\, dh \cdot \qquad (3\text{-}e)$$

D'après l'équation (9-*a*), C(*h*) étant égal à :

$$-\text{Log}\ C(h) = 2\rho h\,(1\text{-}A) + 2\rho\lambda A\,(1\text{-}e^{-h/\lambda})$$

on explicite l'équation (3-*e*), en effectuant le changement de variable $e^{h/\lambda}=u$ et il s'ensuit, à la suite de quelques calculs :

$$A(\nu) = e^{-2\rho\lambda A} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\lambda(2\rho\lambda A)^n}{n!} \cdot \frac{[n+2\rho\lambda(1-A)]}{[n+2\rho\lambda(1-A)]^2+4\pi^2\nu^2\lambda^2} \qquad (4\text{-}e)$$

Pour normaliser ces résultats, quelle que soit l'activité du radioélément, on analyse le spectre énergétique réduit de X(*t*) que nous appelons « Spectre de Filiation réduit ».

On pose :

$$k = 2\rho\lambda, \qquad X = \frac{\nu}{\rho}, \qquad Y_F = \rho A(\nu)$$

et d'après l'équation (4-*e*), le spectre réduit s'écrit :

$$Y_F = e^{-kA} \sum_{n=0}^{n=\infty} k\, \frac{(Ak)^n}{n!}\, \frac{[n+k(1-A)]}{[n+k(1-A)]^2+\pi^2 k^2 X^2} \qquad (5\text{-}e)$$

Toute valeur expérimentale normalisée Y_F doit vérifier l'équation (5-*e*). Or, cette équation constitue un polynome de degré n en k.

Afin de l'utiliser aisément et déduire la vie moyenne λ, on limite l'activité du radioélément de sorte que le produit Ak soit petit, par exemple inférieur à 10^{-1}.

Dans ces conditions Y_F est sensiblement égal à :

$$Y_F \cong (1 - Ak) \left[\frac{1-A}{(1-A)^2 + \pi^2 X^2} + \frac{Ak^2}{1 + \pi^2 X^2 k^2} \right] \qquad (6\text{-}e)$$

II. DESCRIPTION DE L'APPAREILLAGE

Nous avons construit un analyseur qui mesure l'énergie moyenne de $X(t) = \pm 1$ dissipée dans une bande de fréquence de largeur $\Delta\nu$, autour d'une fréquence d'analyse ν_0.

a) On utilise le fait que $X(t) = \pm 1$ peut être décomposé en intégrale de Fourier :

$$X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(\nu)\, e^{2\pi i \nu t}\, d\nu \qquad (7\text{-}e)$$

$a(\nu)$, amplitude spectrale de $X(t)$, est une variable aléatoire.

Aussi, l'appareil décrit fig. 9, comporte les éléments suivants :

1) Un filtre passe-bande isole la bande de fréquence $(\nu_0 - \varepsilon, \nu_0 + \varepsilon)$.

2) Un détecteur quadratique (Thermo-couple) élabore à chaque instant la puissance instantanée de la composante filtrée. Nous appelerons $P(\nu_0, \varepsilon, t)$ la valeur à un instant t de cette puissance instantanée.

3) Un intégrateur effectue une moyenne dans le temps sur $P(\nu_0, \varepsilon, t)$.

On admet que dans un temps de mesure T important et pour une bande de fréquence $(\nu_0 - \varepsilon, \nu_0 + \varepsilon)$ suffisamment étroite, l'énergie moyenne mesurée $W(\nu_0)$ est proportionnelle à la densité énergétique.

$$W(\nu_0) = K\ A(\nu_0)$$

$A(\nu_0)$ représente la densité spectrale énergétique à la frequnece d'analyse ν_0.

b) Le filtrage des composantes de $X(t) = \pm 1$ dans la bande de fréquence $(\nu_0 - \varepsilon, \nu_0 + \varepsilon)$ s'effectue de la manière suivante :

— La tension aléatoire $X(t)$ est modulée par la tension sinusoïdale $U_0 \cos 2\pi\nu_0 t$. Un modulateur en anneau (fig. 9) réalise cette opération [**27**] et la tension modulée résultante s'écrit :

$$V(t) = X(t).\ U_0 \cos 2\pi\nu_0 t$$

D'après l'équation (7-*e*), $V(t)$ est aussi égal à :

$$V(t) = k \int_{-\infty}^{+\infty} a(\nu) \left[e^{2\pi i(\nu+\nu_0)t} + e^{2\pi i(\nu-\nu_0)t} \right] d\nu \qquad (8\text{-}e)$$

— Le filtre passe-bas isole les composantes basse-fréquence de $V(t)$ et, $g(\nu)$ étant le gain du filtre, la tension filtrée s'écrit :

$$F(t,\nu_0) = k \int_{-\infty}^{+\infty} a(\nu) \cdot g(\nu) \left[e^{2\pi i(\nu+\nu_0)t} + e^{2\pi i(\nu-\nu_0)t} \right] d\nu \qquad (9\text{-}e)$$

Un filtre parfait de bande passante $\Delta\nu$ admettrait pour équation : $g(\nu)=1$ sur l'intervalle de fréquence $(0, \Delta\nu)$ et $g(\nu)=0$ pour toute fréquence extérieure à cet intervalle.

Dans ces conditions, d'après l'équation (9-*e*), on isolerait toute composante spectrale $a(\nu)$ telle que :

$$\nu_0 - \Delta\nu \leqslant \nu \leqslant \nu_0 + \Delta\nu$$

En réalité, le thermo-couple suivi de l'intégrateur permet de mesurer une énergie moyenne $W(\nu_0)$.

$$W(\nu_0) = \frac{1}{T} \int_0^T [F(t,\ \nu_0)]^2\, dt$$

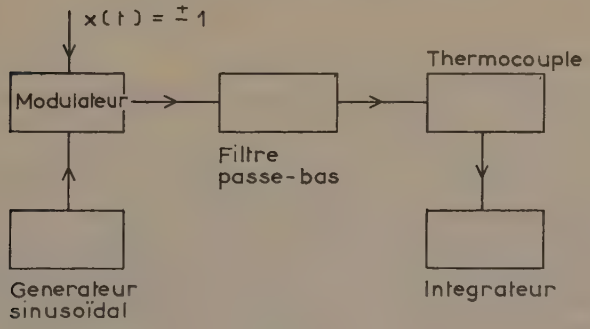


Fig. 9

La bande passante $\Delta\nu$ du filtre étant étroite, la densité spectrale est constante en moyenne sur la bande de fréquence

$(\nu_o - \Delta\nu,\ \nu_o + \Delta\nu)$ et, pour une durée des mesures suffisante, l'énergie moyenne $W(\nu_o)$ mesurée est proportionnelle à :

$$W(\nu_o) = k' \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(\nu)d\nu \times A(\nu_o) \qquad (10\text{-}e)$$

$$\text{On pose } K = k' \int_{-\infty}^{-\infty} g^2(\nu)\, d\nu$$

Ce paramètre peut être défini comme une grandeur caractéristique des appareils utilisés.

Ainsi, on peut conclure que l'analyseur élabore correctement une grandeur porportionnelle à la densité spectrale énergétique cherchée.

III. RÉSULTATS

a) On vérifie le bon fonctionnement de l'analyseur en étudiant les radioéléments poissonniens [6] et les spectres expérimentaux réduits doivent satisfaire l'équation $Y_P = \dfrac{1}{1+\pi^2 X^2}$

Y_i représentant une valeur expérimentale à la fréquence d'analyse X_i. on définit la précision des mesures par la valeur moyenne r :

$$r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{Y_i - \dfrac{1}{1+\pi^2 X_i^2}}{Yi} \right|$$

L'équation $Y_P = \dfrac{1}{1+\pi^2 X^2}$ a ainsi été vérifiée avec une précision de l'ordre de 5%.

Les raisons qui ont limité cette précision sont les suivantes :

— les mesures d'énergie sont toujours définies à un facteur multiplicatif près, caractéristique de l'appareillage. Malgré un contrôle constant du gain des divers constituants de l'analyseur, la précision des mesures est largement tributaire de la stabilité de l'ensemble et il n'a pas été possible de définir le paramètre de proportionnalité K à mieux de 2%.

— L'énergie $W(\nu_o)$ variant dans de larges limites avec la fréquence d'analyse, il est difficile d'éviter la surcharge et la saturation des appareils. Aussi, il est nécessaire de corriger le biais

des mesures et on ne peut affirmer une erreur systématique résiduelle inférieure à 2%.

— L'intégration des faibles tensions issues du thermo-couple n'a pas, techniquement, été résolue de manière satisfaisante. Il semble que cette opération nécessite à elle seule un appareillage important.

b) Ayant défini la précision des mesures d'énergie, nous avons entrepris l'analyse du radioélément à filiation Hafnium 181.

Les résultats expérimentaux devraient vérifier le spectre de filiation réduit défini par l'équation (5-*e*).

L'efficacité de détection A de la filiation étant cette fois, insuffisante, nous n'avons pas pu mesurer la vie moyenne par cette méthode de l'analyse spectrale.

Il semble qu'une détermination satisfaisante de la vie moyenne nécessite une précision relative de l'ordre de 10^{-3} sur l'énergie mesurée. C'est pourquoi, nous avons préféré la méthode de mesures du coefficient d'autocorrélation de $X(t)$.

CONCLUSION

Sans aucun doute, on se doit de rester attaché aux techniques traditionnelles et fondamentales des coïncidences retardées. Cependant, moins évidente, notre méthode peut être placée dans un ensemble de réalisations basées sur l'analyse de fonctions aléatoires [5] ; il importe de remarquer l'intérêt grandissant apporté, depuis quelques années, à ce genre de mesures [22] et, encore récemment, une étude de corrélation a été introduite pour les techniques de temps de vol et pour l'analyse de fluctuations de temps de transit [23] - [24].

Quelle que soit la méthode envisagée, les mesures de vie moyenne tendent toutes à utiliser au mieux la distribution aléatoire constituée par l'émission des Mères et des Filles. On peut bâtir sur cette distribution les études statistiques les plus diverses. Cependant, après une étude systématique des variances de divers modèles statistiques, nous avons préféré la fonction aléatoire $X(t) = \pm 1$, pour les raisons suivantes :

1. Le fait de ne pas chercher à différencier une Mère de sa Fille, constitue un avantage évident lorsque ces deux particules sont de même espèce et d'énergies voisines.

2. On peut admettre un mélange profond des distributions des Mères et des Filles et les mesures de corrélation restent représentatives de la filiation.

3. Expérimentalement, les deux états $+1$ et -1 de $X(t)$ sont représentés par deux positions électroniques stables et les basculements sont déclenchés par l'émission des particules elles-mêmes. On réduit ainsi sensiblement l'erreur systématique introduite par la fluctuation des caractéristiques de l'appareillage.

Nous avons démontré, d'autre part, que l'analyse du coefficient de corrélation de $X(t) = \pm 1$, évite les principales difficultés inhérentes aux méthodes de coïncidences retardées. Rappelons, pour mémoire, que ces dernières nécessitent un temps de mesure important et un taux élevé de coïncidences fortuites entrave souvent la détermination des vies moyennes.

Aussi, chaque fois qu'il sera possible de détecter la filiation d'un radioélément avec une bonne efficacité, nous affirmons l'inté-

rêt de notre méthode. Mais, lorsque la voie de désintégration avec filiation ne représente qu'une faible partie de l'activité du radioélément, la qualité des résultats est largement tributaire de l'efficacité de détection.

Il est permis de penser qu'un modèle statistique différent de celui que nous avons employé, libérera aussi de cette dernière condition.

Quoiqu'il en soit, nous proposons un corrélateur multicanaux, qui enregistrerait simultanément les résultats correspondants aux divers retards h. Un tel appareil est aisément réalisable, chaque canal comportant un retard h différent et un circuit « Porte » qui détermine le signe de $X(t+h)$.

Cette réalisation pourrait concurrencer, ou plus exactement compléter, les analyseurs multicanaux classiques des coïncidences retardées.

Nous pensons, alors, qu'il serait possible d'entreprendre près d'un accélérateur, une étude systématique des radioéléments présumés à filiation.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur SCHERER, directeur du Laboratoire de Physique Corpusculaire, de l'Université de Caen.

L'intérêt constant et les encouragements, qu'il m'a toujours prodigués, ont largement contribué à la réalisation de mon travail.

Je remercie Monsieur le Professeur BLANC-LAPIERRE et Monsieur le Professeur MALLIAVIN, qui m'ont constamment donné aide et conseils.

A Monsieur le Professeur MABBOUX-STROMBERG, dont les idées furent à l'origine de ce travail, je dois aussi exprimer mes vifs remerciements.

Je remercie tous mes camarades qui se sont intéressés à mes recherches et m'ont prêté leur concours : Monsieur G. BIZARD du Laboratoire de Physique Corpusculaire de Caen, Monsieur LERAY du Collège de France à Paris et le groupe d'Electronique du Laboratoire de Physique Corpusculaire de Caen.

Je tiens aussi à remercier les techniciens qui ont permis la réalisation pratique de ce travail : Monsieur B. OSMONT et Madame S. SOLIGNAC-LECOMTE.

Je remercie enfin le Centre National de la Recherche Scientifique qui m'a accordé une allocation de recherches depuis 1959.

BIBLIOGRAPHIE

1. Fettweiss (P. F.) et Campbell (E. C.). — *Nuclear Physics.* **33**, 272. (1962).
2. Gorodetzky et Al. — *Nuclear Instruments and Methods.* **7**, 50. (1960).
3. Landaud-Mabboux. — *C. R.* **250**, p. 3310. (1960).
4. Mabboux-Tariel - Mabboux. — *C.R.* **243**, p. 1509. (1956).
5. Fortet et Blanc-Lapierre. — *Théorie des fonctions aléatoires.* Masson, Paris. (1953).
6. D.E.S. Landaud. — Faculté des Sciences de Caen. Janvier 1959.
7. Landaud-Mabboux. — *Journ. Phys. et Rad.*, p. 615. 21 juillet 1960.
8. Muir (A. H.) et Boehm (F.). — *Phys. Rev.* **122**, 1564. (1961).
9. Hauser (H.). — *Nuclear Physics.* **24**, 488. (1961).
10. Brown (H. F.) et Becker (R. A.). — *Phys. Rev.* 90. 328. (1953).
11. Godlove (T. F.) et Carver (J. G.). — *Phys. Rev.* **99**, 1634. (1955).
12. Sheer, Zinn et Hastmann. — *Rev. Sc. Inst.* **26**, 942. (1955).
13. Vegor (S. H.) et Axel. — *Phys. Rev.* **101**, 1067. (1956).
14. Draper (J. E.) et Hickock (R.L.). — *Phys. Rev.* **108**, 1280. (1957).
15. Lindström (J. E.) et Craseman (B.). — *Phys. Rev.* **30**, 363. (1959).
16. Bergström (I.) et al. — *Nuclear Instruments and Methods.* **8**, 151. (1960).
17. Berlovich et al. — *Nuclear Physics.* **23**, 481. (1961).
18. Edwards (W. F.) et Gallagher (G. J.). — *Nuclear Physics.* **26**, 649. (1961).
19. Schardt (A. W.). — *Phys. Rev.* **108**, 398. (1957).
20. Vegors (S.H.) et Axel (P.). — *Phys. Rev.* **100**, 1238, (1955).
21. Schardt (A. W.). — *Phys. Rev.* **122**, 1871. (1961).
22. *Les phénomènes aléatoires en physique.* Conférence organisée par l'Association Vaudoise des Chercheurs en Physique. Multi-Office, Lausanne. (1962).
23. Blanc-Lapierre (A.) et Dumontet (P.). — *C.R.* **250**. p.1216. (1960).
24. Blanc-Lapierre (A.) et Dumontet (P.). — *C.R.* **250**, p. 1456. (1960).
25. Petroff (M. D.) et Doggett (W. O.). — *Rev. of. Scientific Instruments.* **27**, 838. (1956).
26. Mabboux-Tariel. — Conférence Société Française de Physique, Paris, 30 novembre 1957.
27. Leroy (J. L.) et Mabboux (C.). — *Journal Phys. et Rad.*, **18**. 106. (Juillet 1957).

TABLE DES MATIÈRES

Pages

INTRODUCTION

NOUVELLE MÉTHODE POUR DÉTERMINER LA VIE MOYENNE DES ETATS INSTABLES DE RADIO-ELEMENTS A FILIATION 5

CHAPITRE PREMIER

I. DÉFINITIONS 6

II. DESCRIPTION DE LA METHODE DE MESURES DES VIES MOYENNES 7

III. ANALYSE DE LA FONCTION ALEATOIRE $X(t)=\pm 1$ POUR UN PROCESSUS DE DESINTEGRATION SIMPLE OBEISSANT A LA LOI DE POISSON 8

IV. CALCUL DU COEFFICIENT DE CORRELATION DANS UN PROCESSUS DE DESINTEGRATION A FILIATION 10

V. ETUDE DES PERTURBATIONS INTRODUITES PAR LE TEMPS MORT DES DETECTEURS DES PARTICULES ET LES DIVERS BRUITS DE FOND. 13

CHAPITRE II

I. PRINCIPE DE LA MESURE DU COEFFICIENT DE CORRELATION DE $X(t)=\pm 1$ 15

II. DESCRIPTION DE L'APPAREILLAGE 15

III. CALCUL DE LA FLUCTUATION STATISTIQUE DE LA VALEUR EXPERIMENTALE DU COEFFICIENT DE CORRELATION 17

CHAPITRE III

I. ANALYSE DES POSSIBILITES ET DOMAINE D'UTILISATION DU CORRELATEUR 22

II. MESURE D'UN ETAT EXCITE DU TANTALE 181. 29

III. MESURE D'UN ETAT EXCITE DE L'ARSENIC 75. 34

CHAPITRE IV

I. ANALYSE DES METHODES DE COINCIDENCES RETARDEES. 38

II. POSSIBILITES ET PRECISION DES METHODES DE COINCIDENCES RETARDEES. 39

III. INTERET DES MESURES DE CORRELATION DE $X(t) = \pm 1$ 44

CHAPITRE V (Appendice)

ANALYSE SPECTRALE ENERGETIQUE DE $X(t) \pm = 1$ 48

CONCLUSION 54

BIBLIOGRAPHIE 57

TABLE DES MATIÈRES 59

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Sections efficaces d'interactions des mésons $\pi\pm$ d'énergies élevées sur le deutérium.

Vu ;
Le Président de la Thèse,
M. SCHERER

Vu et approuvé :
Le Doyen de la Faculté des Sciences
N. LOZACH

Vu et permis d'imprimer :
Caen, le 17 octobre 1962
Le Recteur
Président du Conseil de l'Université,
P. DAURE

NEMOURS. IMP. ANDRÉ LESOT. 31-10-62. Dépôt légal 62.4.520